

# Metody probabilistyczne w fizyce stosowanej: teoria wyboru społecznego i informacja kwantowa

prof. dr hab. Karol Życzkowski<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Instytut Fizyki Teoretycznej UJ, ul. Łojasiewicza 11, 30-48 Kraków

<sup>2</sup> Centrum Fizyki Teoretycznej PAN, al. Lotników 32/44, 02-668  
Warszawa

Matematyczne techniki rozwijane w kontekście fizyki statystycznej znajdują zastosowanie do opisu układów złożonych, interesujących z punktu widzenia nauk przyrodniczych oraz społecznych. Teoria macierzy losowych pozwala przewidywać typowe zachowanie skomplikowanych modeli teoretycznych stosowanych w problemach o znaczeniu praktycznym.

Podczas referatu przedstawię przydatne narzędzie probabilistyczne – twierdzenia o koncentracji miary – oraz przykładów jego zastosowań. Twierdzenie to określa warunki, przy jakich funkcja wielu zmiennych  $f$ , przykładowo określona na  $N$ -wymiarowej sferze, dla losowego argumentu asymptotycznie przyjmuje wartości bliskie wartości oczekiwanej  $\langle f \rangle$ , uśrednionej po całej jej dziedzinie. Taki wynik pozwala wykazać, że wektory zadane przez dwa losowo wybrane punkty z wielowymiarowej sfery są z dobrym przybliżeniem prostopadłe, a statystyczne własności widma dwóch dużych macierzy losowych wygenerowanych z danego zespołu są do siebie podobne.

Przedstawioną technikę można stosować w szerokiej gamie zagadnień, w których interesują nas generyczne własności złożonych układów opisywanych statystycznie przy przejściu do granicy termodynamicznej. W ten sposób w teorii społecznego wyboru można oszacować średnią wagę oraz średnią siłę głosu największego gracza w gronie  $N$  wyborców [1] a także wykazać, że typowy stan czysty układu składającego się z dwóch cząstek o  $N$  poziomach każdy jest mocno splątany [2,3]. Otrzymany wynik dobrze unaocznia znaczenie stanów splątanych i uwypukla zasadnicze różnice pomiędzy przetwarzaniem informacji kwantowej i klasycznej.

## Literatura

- [1] D. Boratyn, W. Kirsch, W. Słomczyński, D. Stoliccki and K. Życzkowski, Average weights and power in weighted voting games, preprint arXiv:1905.04261, *Mathematical Social Science*, (2020) w druku,
- [2] K. Życzkowski and H.-J. Sommers, Induced measures in the space of mixed quantum states, *J. Phys. A* **34**, 7111 (2001).
- [3] Z. Puchała, Ł. Paweł, K. Życzkowski, Distinguishability of generic quantum states, *Phys. Rev. A* **93**, 061221 (2016).