

Rezonansowe tworzenie molekuł mionowych helu i wodoru oraz ich rotacyjna deekscytacja

Wilhelm Czapliński

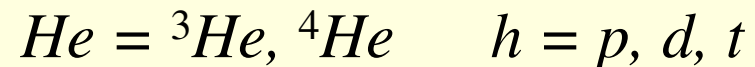
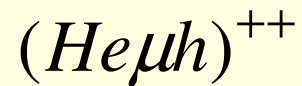
Katedra Zastosowań Fizyki Jądrowej

we współpracy z **N.Popovem** i **W.Kamińskim**

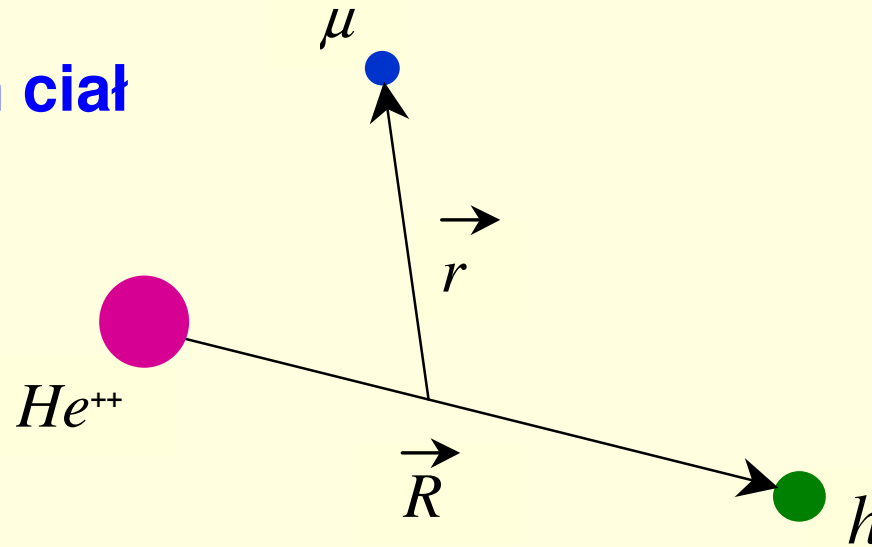
Istnieje 6 rodzajów molekuł mionowych helu i wodoru:



w skrócie:



Układ trzech ciał

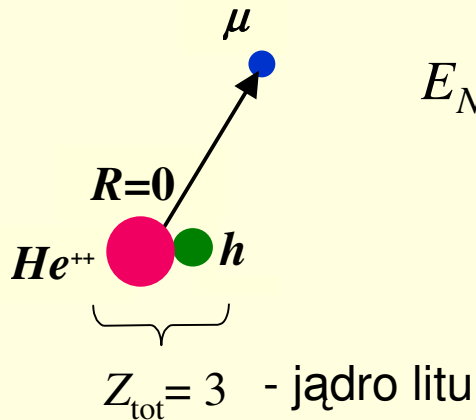


Jądra nieruchome - zmieniamy R :

1. Asymptotyka $R \rightarrow 0$:

liczby kwantowe atomu mionu (N, l, m)

$$E_N = -\frac{Z_{tot}^2}{N^2} \underbrace{m_\mu \cdot Ry}_{\mu Ry} \quad \mu Ry \approx 207 \cdot 13.6 \text{ eV} \approx 2.8 \text{ keV}$$

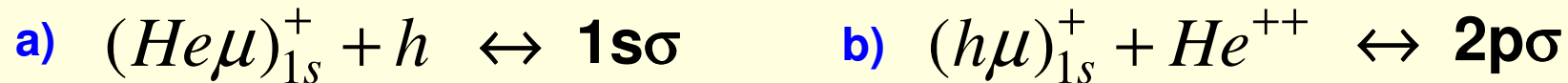


Stany najniżej leżące:

(1,0,0) - ozn. $1s\sigma$ $E_1 = -9 \mu Ry$

(2,1,0) - ozn. $2p\sigma$ $E_2 = -2.25 \mu Ry$ 3

2. Asymptotyka $R \rightarrow \infty$:

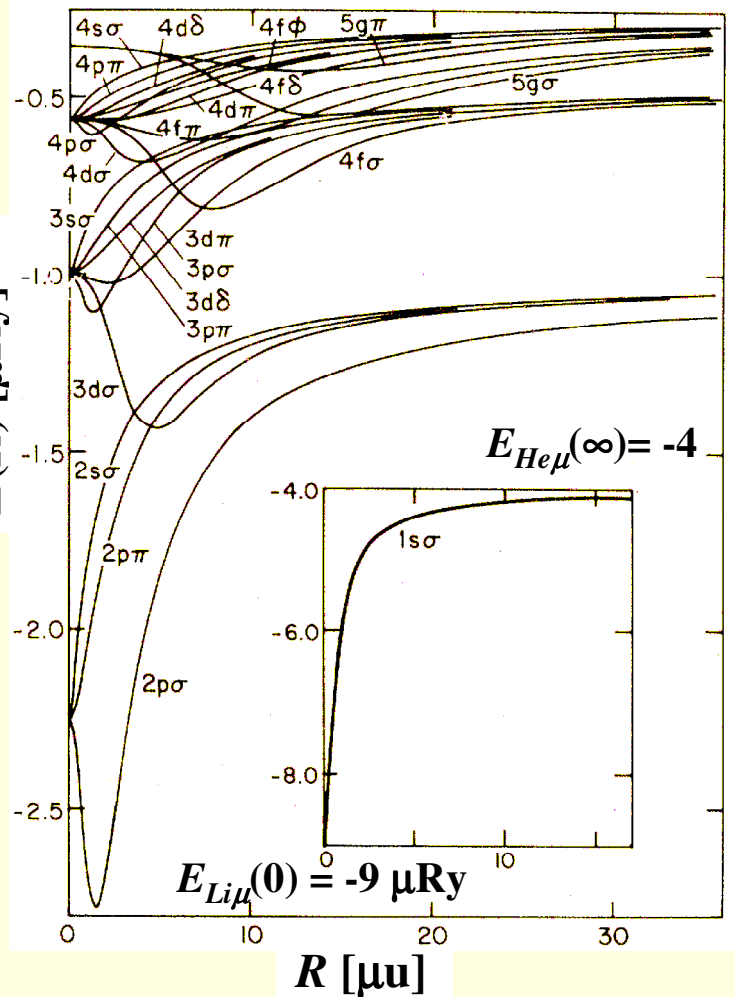


Energia mionu dla dowolnego R - term molekularny $E(R)$

$$E_N(0) = -\frac{Z_{tot}^2}{N^2}$$

$$E_n(\infty) = -\frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_{Li\mu}(0) = -2.25$$



W opisie przybliżonym układu - tylko dwa stany $1s\sigma$ i $2p\sigma$:

$$\psi(\vec{R}, \vec{r}) = \chi_{1s\sigma}(R)R^{-1}\Phi_{1s\sigma}^{\mu}(R, \vec{r}) + \chi_{2p\sigma}(R)R^{-1}\Phi_{2p\sigma}^{\mu}(R, \vec{r})$$

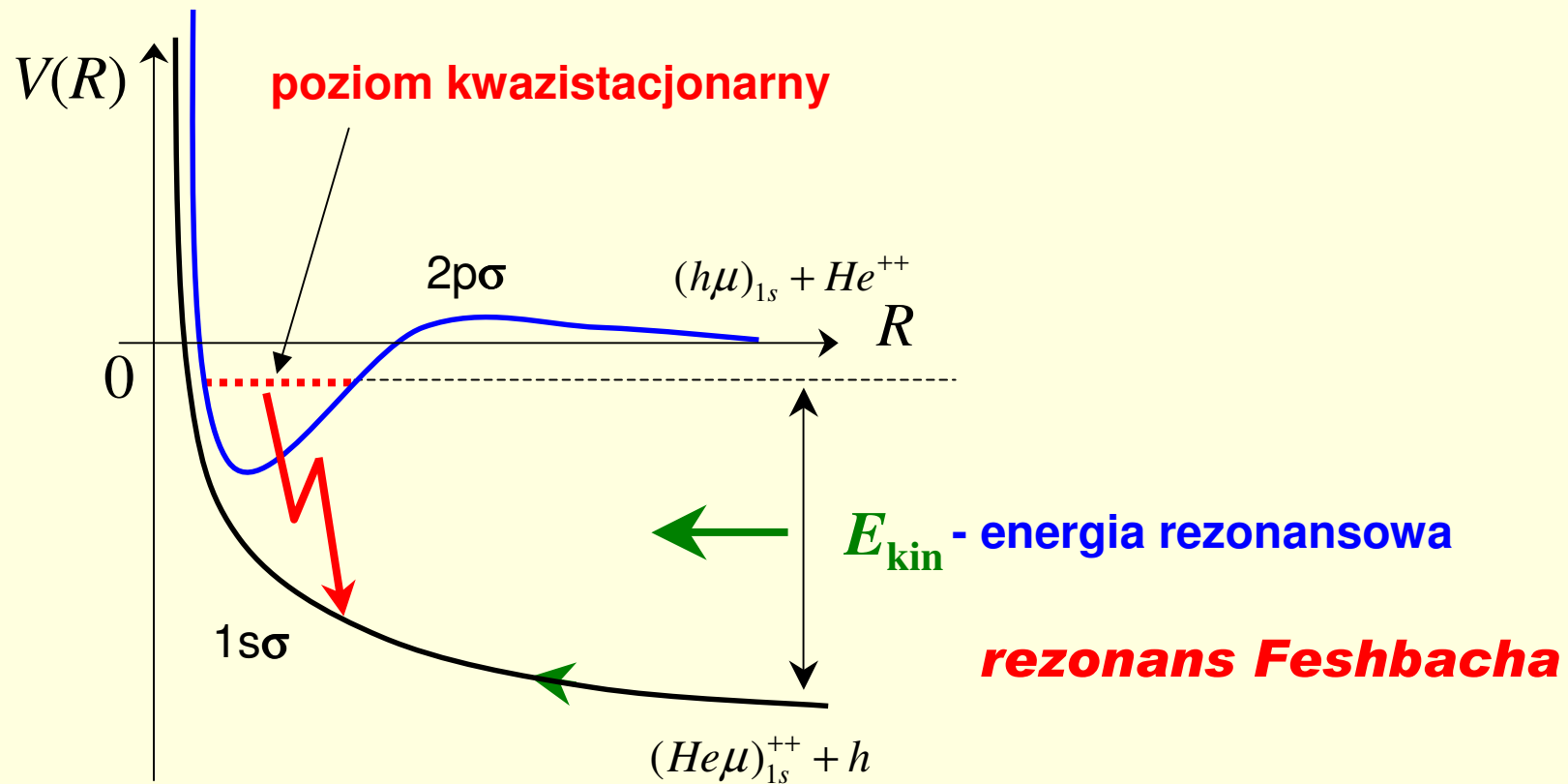
funkcje falowe mionu przy nieruchomych jądrach

układ równań na funkcje jąder $\chi_{1,2}(R)$, $1=1s\sigma$, $2=2p\sigma$

$$\begin{cases} \chi''_1(R) + [k_1^2 - 2MV_1(R)]\chi_1(R) = 2MV_{12}\chi_2(R) \\ \chi''_2(R) + [k_2^2 - 2MV_2(R)]\chi_2(R) = 2MV_{21}\chi_1(R) \end{cases} \quad M - \text{masa zredukowana jąder}$$

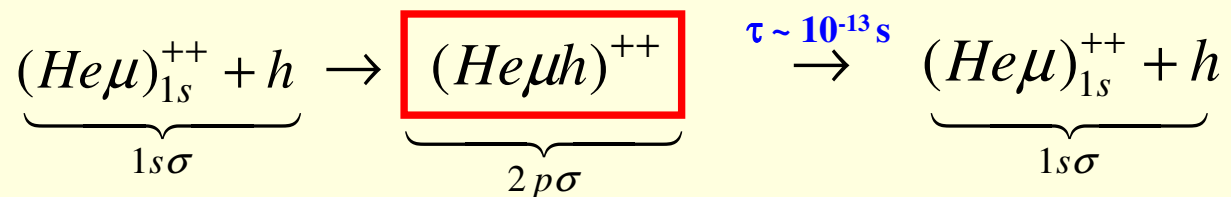
$$V_{1,2}(R) = E_{1,2}(R) + \frac{2}{R} + \frac{1}{2M}V_{1,2}^{ad.}(R) + \frac{J(J+1)}{2MR^2}$$

$V_{12}(R)$ - **b. skomplikowana postać**



Rozpraszanie elastyczne $(He\mu)_{1s}^{++} + h$

Molekuły mionowe są rezonansami Feshbacha



Przykład

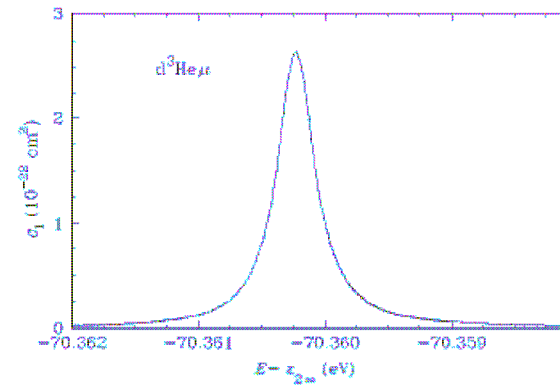
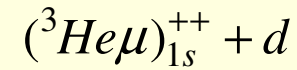
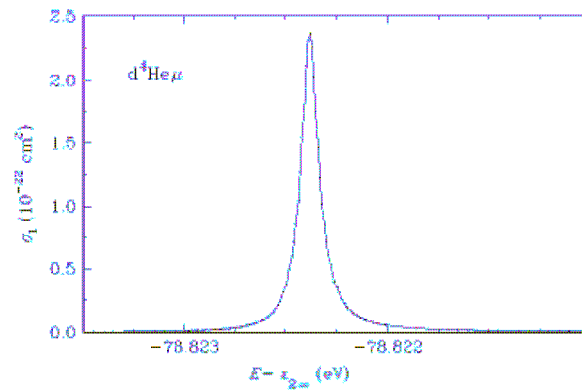
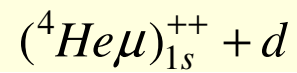
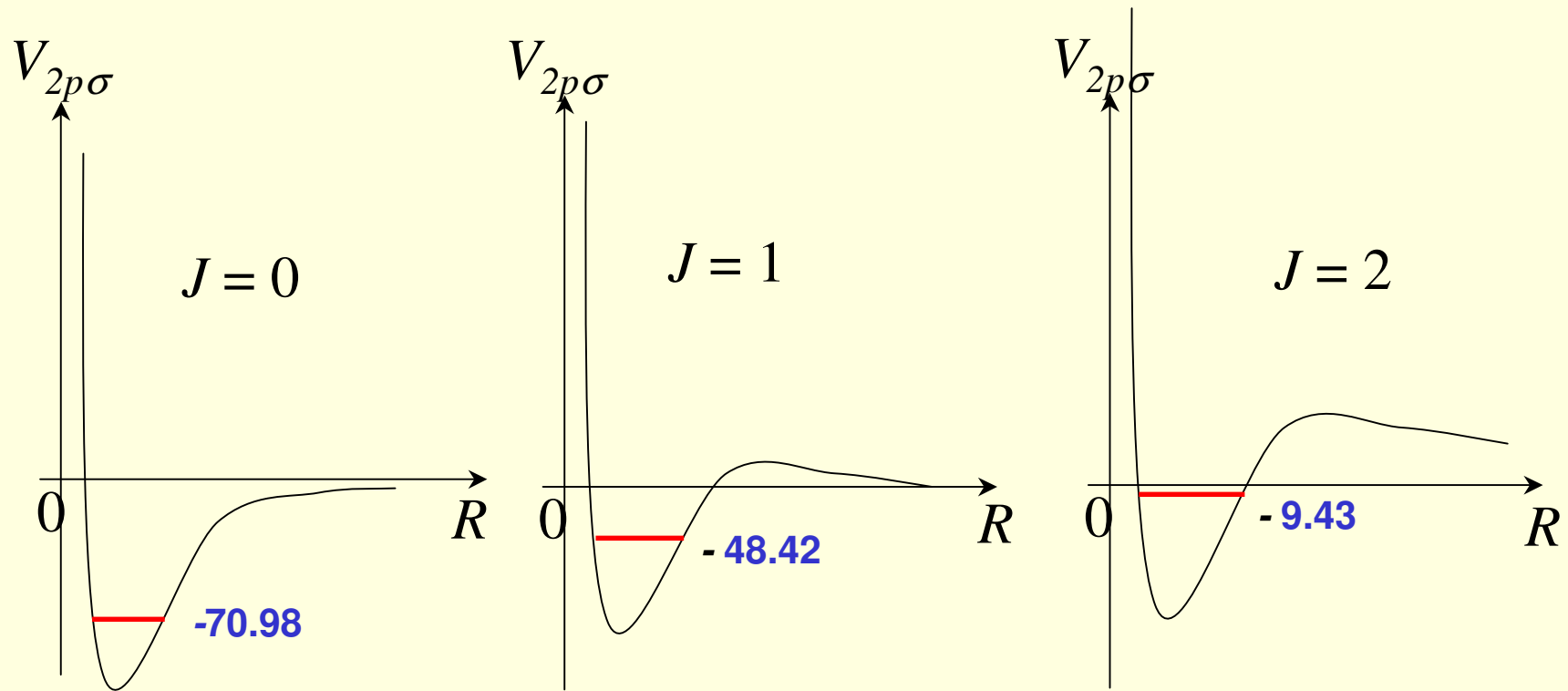


Figure 1. Elastic scattering cross-sections ${}^4\text{He}\mu + d$ (left) and ${}^3\text{He}\mu + d$ (right) in the vicinity of the molecular resonances.

O.I. Kartavtsev, V.I. Kochkin and E.A. Kolganova
Hyperfine Interactions 118 (1999) 235–237

Stany rotacyjno-wibracyjne molekuł i energie wiązania (eV)

przykład dla molekuły $({}^3\text{He}\mu d)_J^{++}$

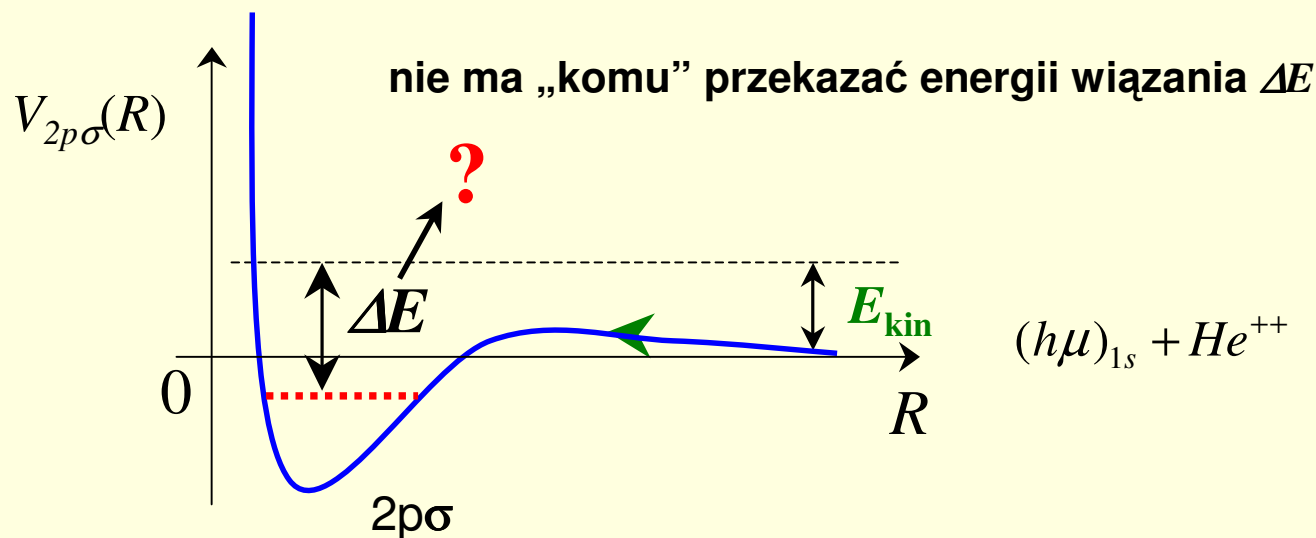


Energia wiązania wszystkich molekuł (eV)

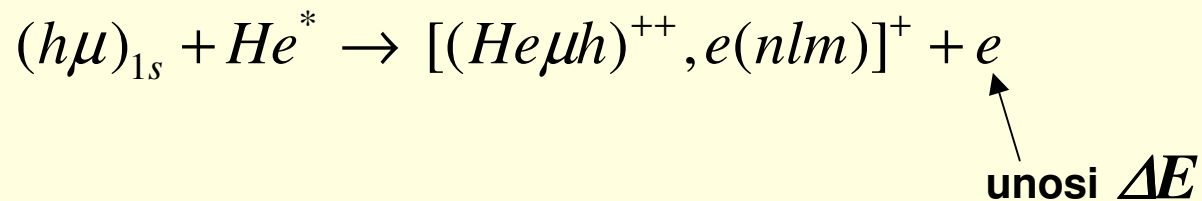
(J,v)	${}^3\text{He}\mu\rho$	${}^3\text{He}\mu d$	${}^3\text{He}\mu t$	${}^4\text{He}\mu\rho$	${}^4\text{He}\mu d$	${}^4\text{He}\mu t$
(0,0)	72.76	70.98	72.30	80.64	79.34	81.34
(0,1)						0.13
(1,0)	38.82	48.42	53.33	47.45	58.22	63.96
(2,0)		9.43	19.38		20.42	32.06

Rozpraszanie $(h\mu)_{1s} + He^{++}$

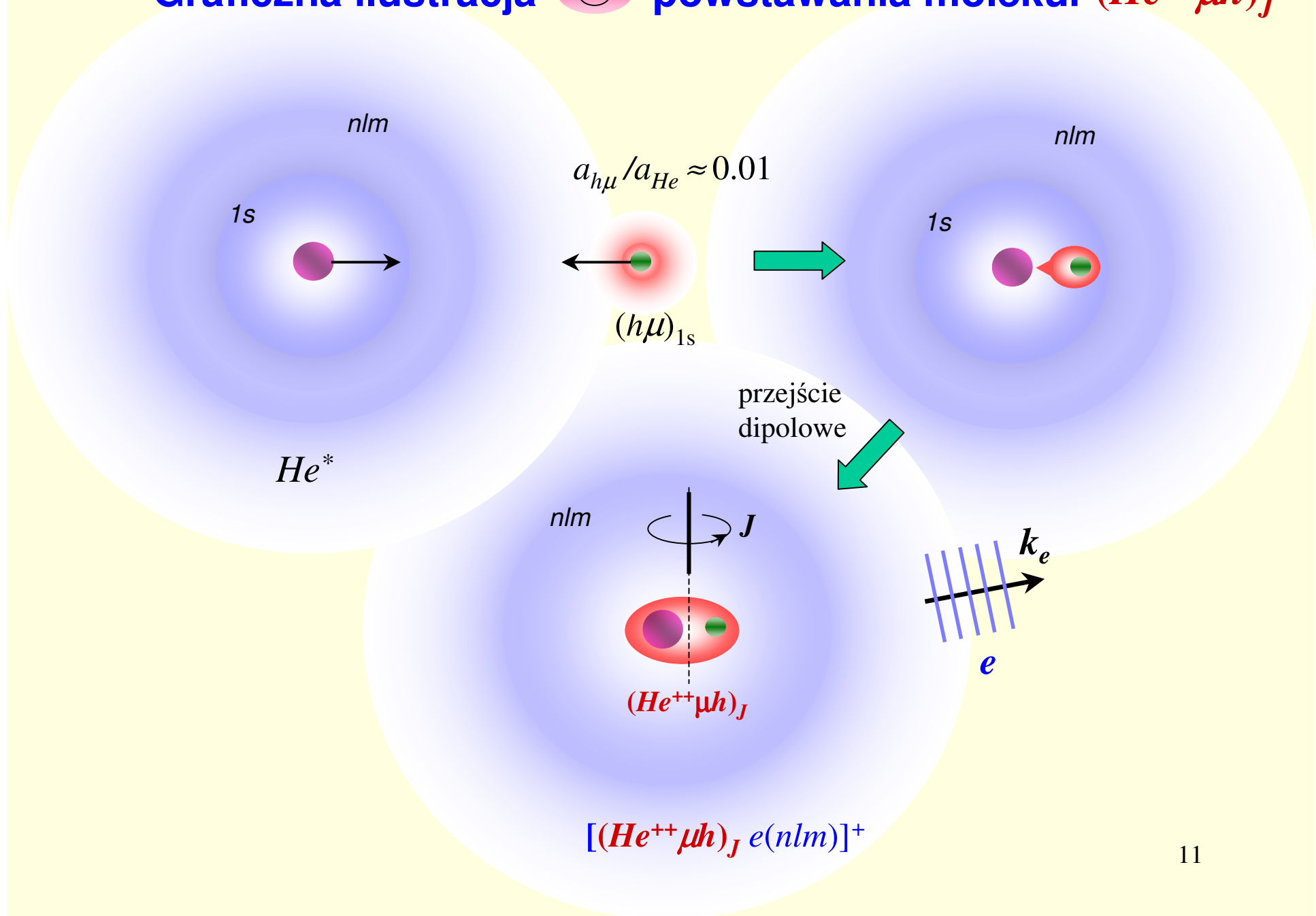
- nie prowadzi do zasiedlenia stanu stacjonarnego



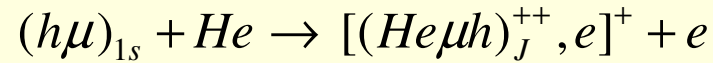
Rozwiązanie problemu – zderzenie z ATOMEM helu:



Graficzna ilustracja  powstawania molekuł $(He^{++}\mu h)_J$



Teoretyczny opis procesu powstawania molekuly



Przekrój czynny na reakcję:

Złota reguła Fermiego

-zaadaptowana do problemu
(jednostki atomowe)

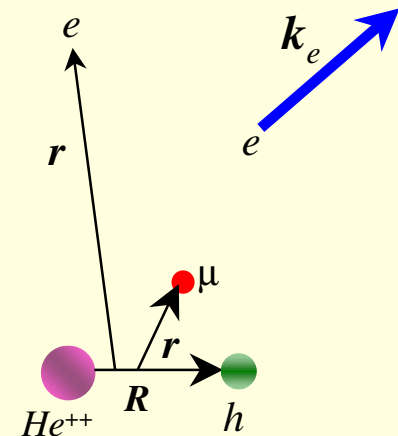
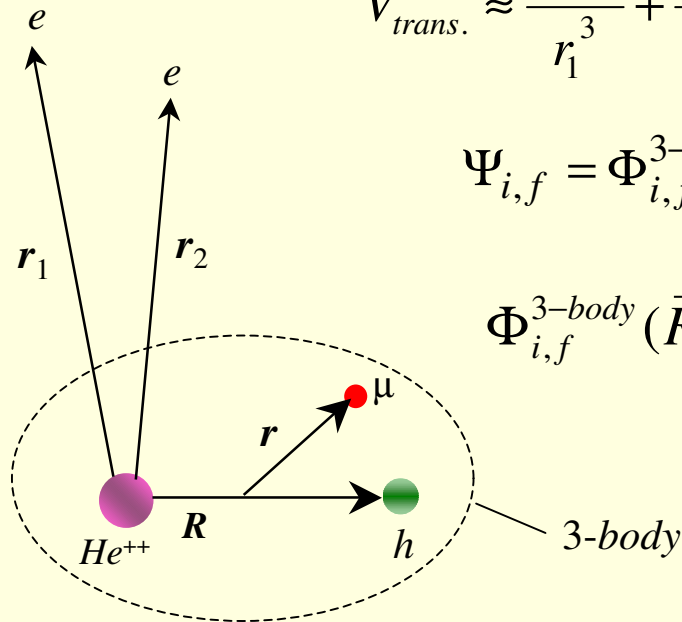
$$d\sigma_J = \frac{2\pi}{V_i} \frac{1}{2J+1} \sum_{M_J=-1}^1 \left| \langle \Psi_f^- | V_{trans.} | \Psi_i^+ \rangle \right|^2 \delta(E_i - E_f) \frac{d^3k_e}{(2\pi)^3}$$

$$V_{trans.} \approx \frac{\vec{d} \cdot \vec{r}_1}{r_1^3} + \frac{\vec{d} \cdot \vec{r}_2}{r_2^3} \quad \vec{d} - \text{moment dipolowy układu } He^{++}-\mu-h$$

$$\Psi_{i,f} = \Phi_{i,f}^{3-body}(\vec{R}, \vec{r}) \phi_{i,f}^e(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

$$\Phi_{i,f}^{3-body}(\vec{R}, \vec{r}) \equiv \chi_{i,f}(R) \Phi_{2p\sigma}^\mu(R, \vec{r})$$

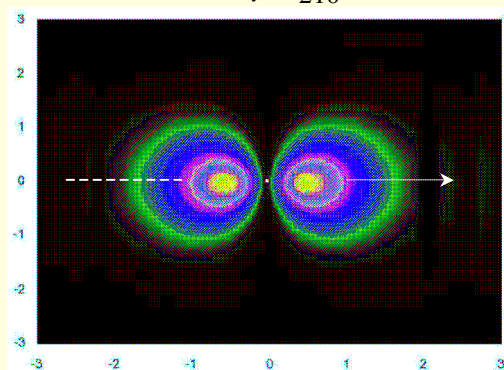
przybliżenie
adiabatyczne



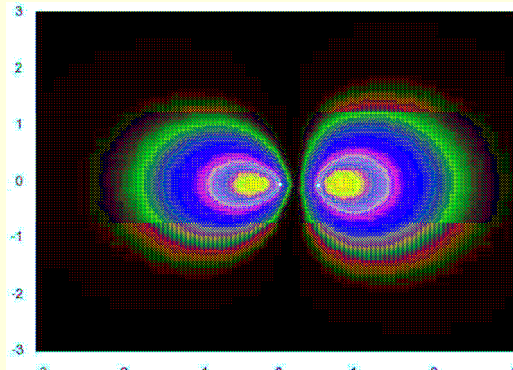
Obrazy graficzne gęstości prawdopodobieństwa $|\Phi_{2p\sigma}^{\mu}(R, \vec{r})|^2$
 (Tomasz Noga, praca inżynierska 2009r.)

He^{++} - po lewej

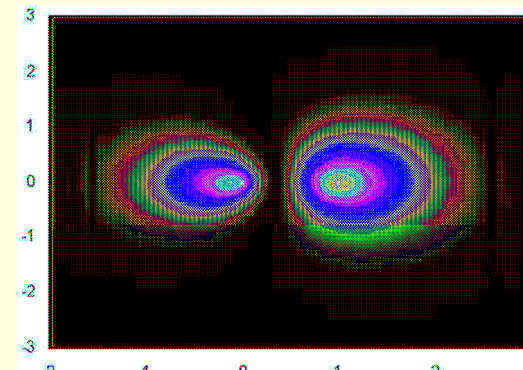
$(Li\mu)_{210}^{++}$



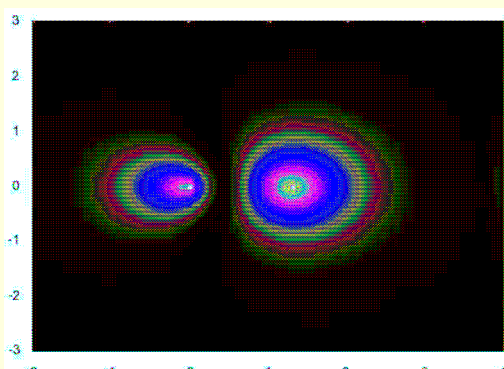
$R=0.001 \mu\text{au}$



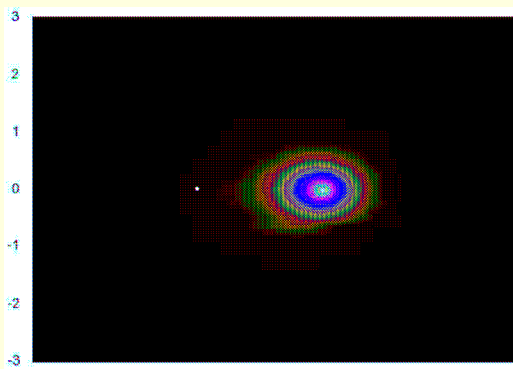
$R=0.5 \mu\text{au}$



$R=1 \mu\text{au}$

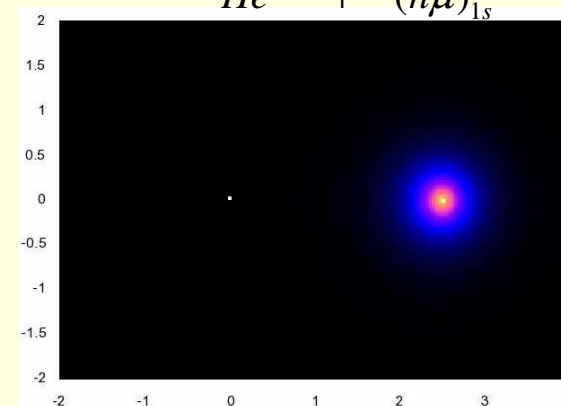


$R=1.3 \mu\text{au}$



$R=1.5 \mu\text{au}$

$He^{++} + (h\mu)_{1s}$



$R=2.5 \mu\text{au}$ 13

po przekształceniach:

$$\sigma_J = \frac{64\pi}{3V_i k_i^2} \sum_{L=0}^{\infty} d_{JL}^2 (2L+1)(2J+1) \begin{pmatrix} L & J & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 Q_J^e$$

L – kręt orbitalny zderzających się $(h\mu)_{1s} - He^{++}$ czynniki elektronowy – zależy od początkowego stanu atomu helu
 J – całkowity kręt orbitalny molekuly

$$d_{JL} = a_1 \int_0^{\infty} \chi_J(R) \chi_L(R) R dR + a_2 \int_0^{\infty} \chi_J(R) \chi_L(R) \langle \Phi_{2p\sigma}^{\mu} | \vec{r} \cdot \vec{R} | \Phi_{2p\sigma}^{\mu} \rangle dR$$

$\chi_J(R)$ - opisuje ruch jąder w molekule $(He\mu h)^{++}$

$\chi_L(R)$ - opisuje rozpraszanie elastyczne $(h\mu)_{1s} + He^{++}$

a_1, a_2 - stałe zależne od mas składników molekuly

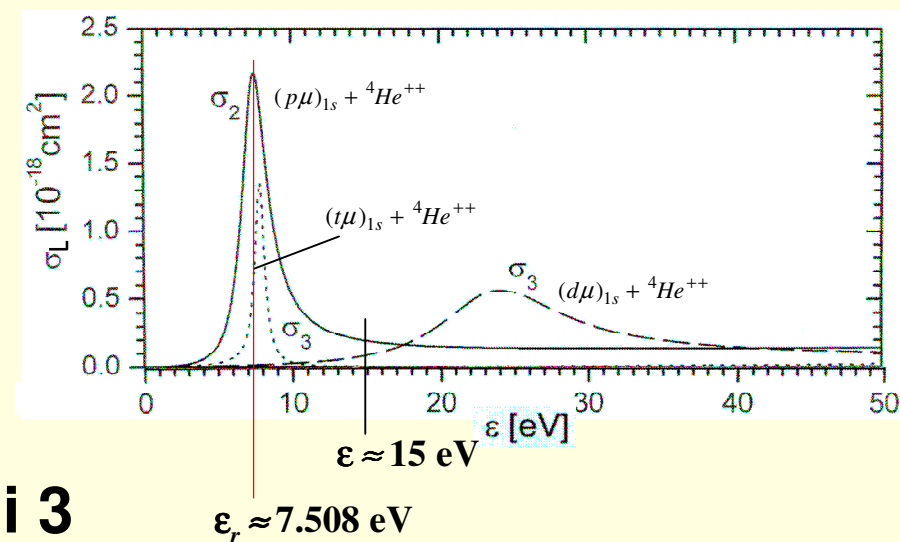
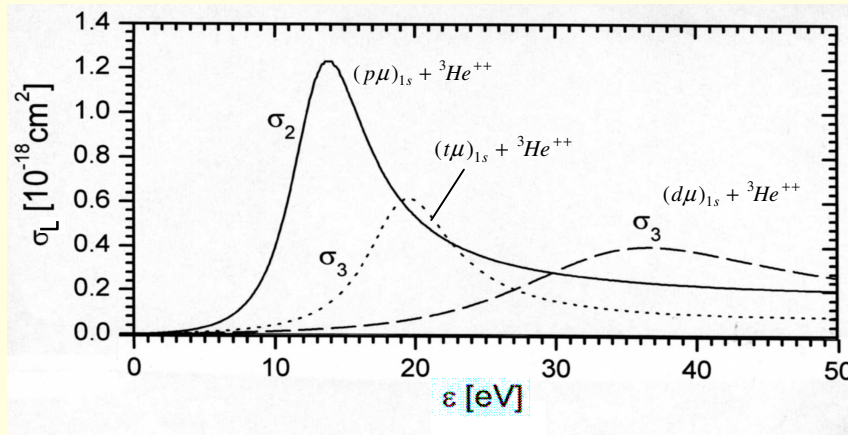
Dla jedynie możliwych stanów rotacyjnych $J = 0, 1, 2$:

$$\sigma_0 = \frac{64\pi}{3V_i k_i^2} d_{01}^2 Q_0^e \quad \sigma_1 = \frac{64\pi}{3V_i k_i^2} (d_{10}^2 + 2d_{12}^2) Q_1^e$$

$$\sigma_2 = \frac{64\pi}{3V_i k_i^2} (2d_{21}^2 + 3d_{23}^2) Q_2^e$$

Funkcja radialna $\chi_L(R)$ opisuje rozpraszanie elastyczne $(h\nu)_{1s} + He^{++}$

$$\chi''_L(R) + [k^2 - 2MV_L^{2p\sigma}(R)]\chi_L(R) = 0$$

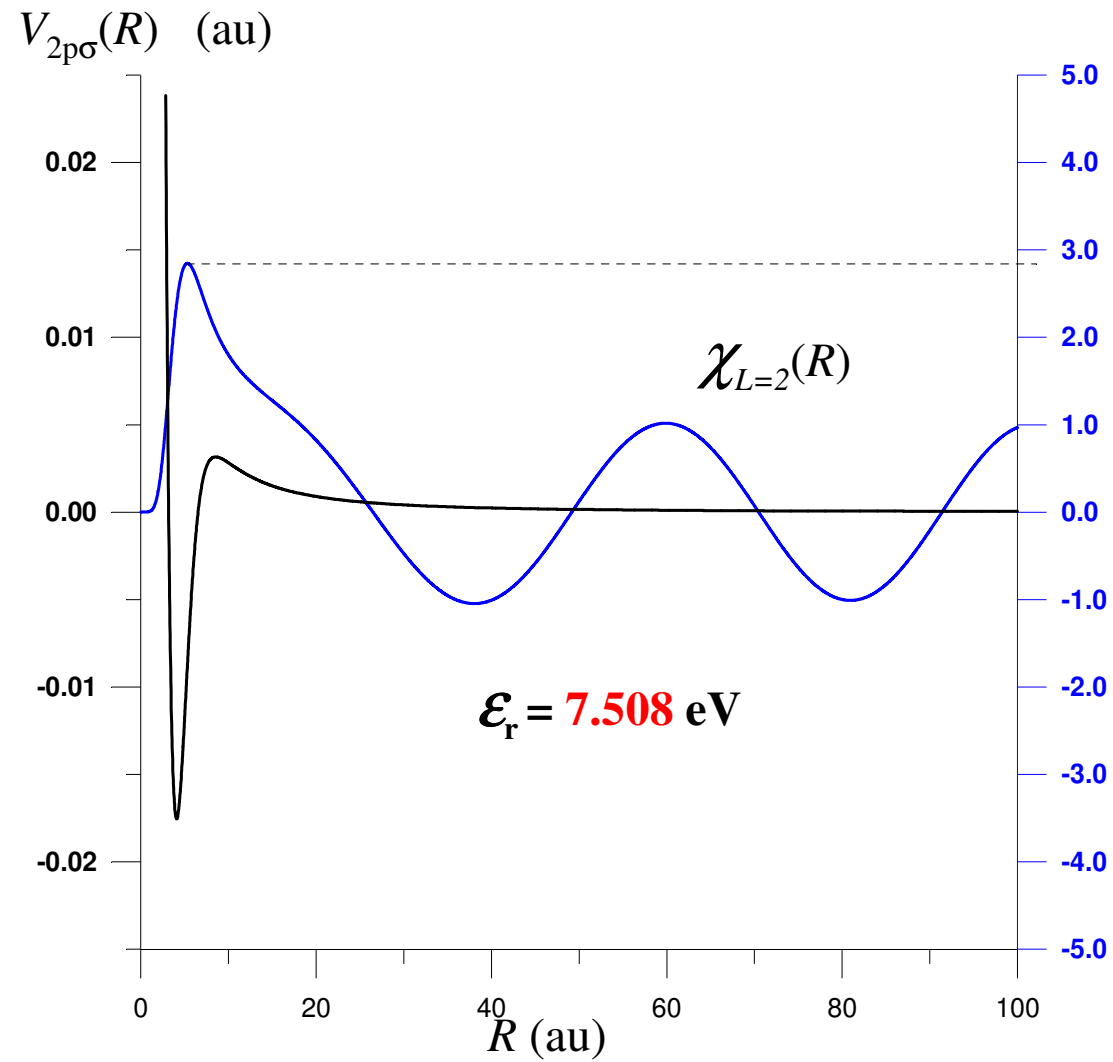


Rezonanse dla $L = 2$ i 3

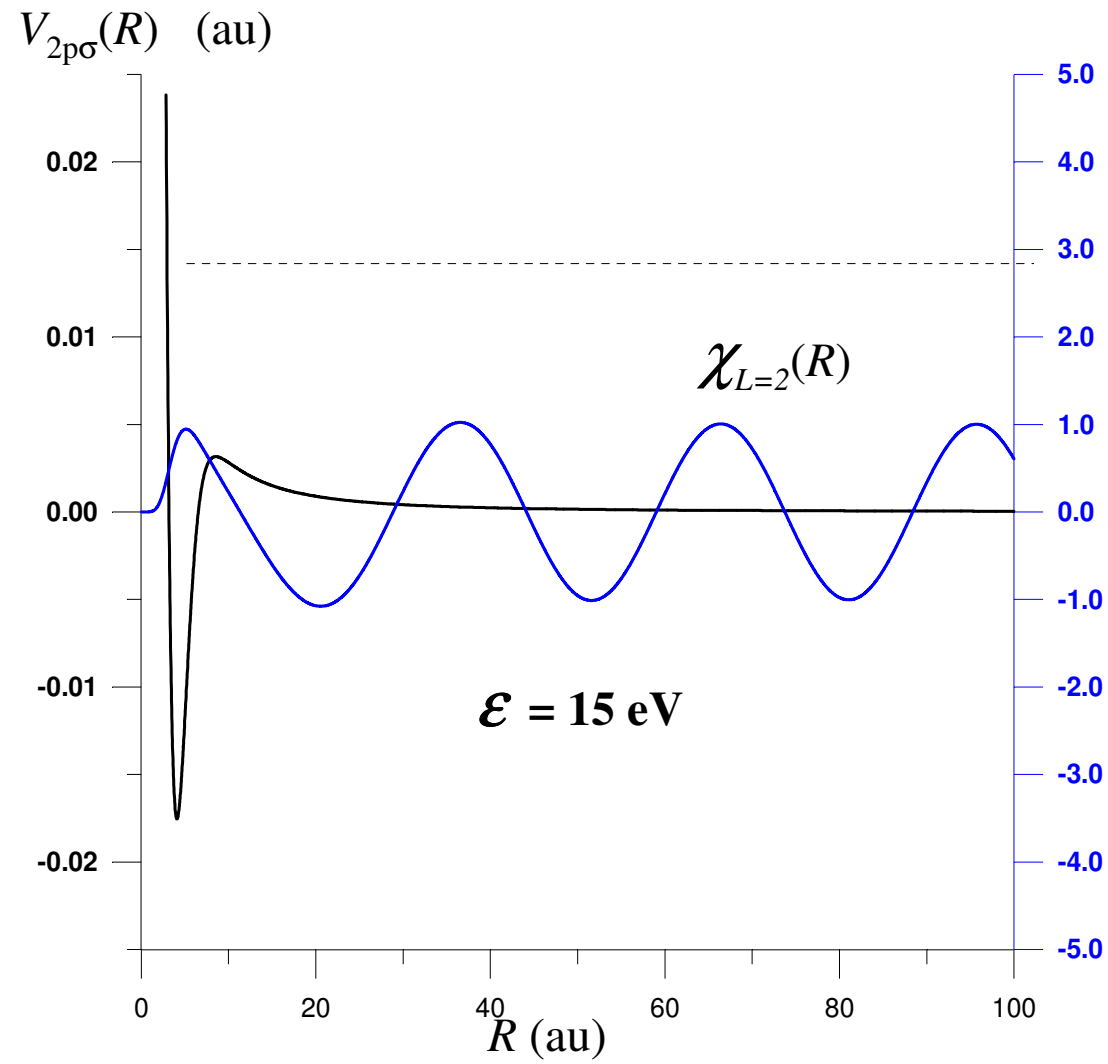
(J.Gronowski, W.Czapliński, N.Popov
Acta Phys. Polon. A 106 (2004) 795)

\Rightarrow **Funkcje $\chi_{L=2,3}(R)$ muszą mieć dużą amplitudę w otoczeniu energii rezonansowej**

rozpraszanie elastyczne $(p\mu)_{1s} + {}^4\text{He}^{++}$ dla fali $L = 2$



rozpraszanie elastyczne $(p\mu)_{1s} + {}^4\text{He}^{++}$ dla fali $L = 2$



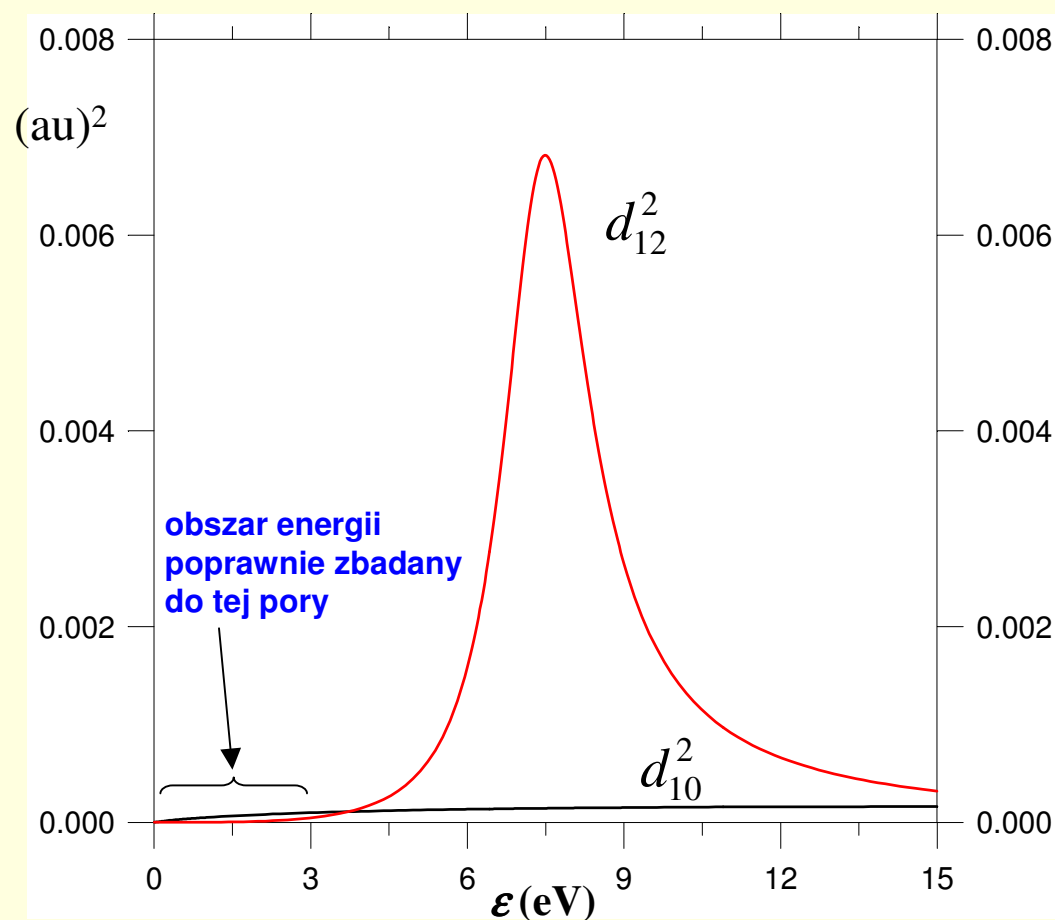
$L=2$ pojawia się przy powstawaniu molekuly $({}^4\text{He}\mu\rho)_{J=1}^{++}$

- w stanie rotacyjnym $J=1$

$$\sigma_1 = \frac{64\pi}{3V_i k_i^2} (d_{10}^2 + 2d_{12}^2) Q_1^e$$

tutaj „siedzi” funkcja $\chi_{L=2}(R)$

$$d_{12} = a_1 \int_0^\infty \chi_{J=1}(R) \chi_{L=2}(R) R dR + a_2 \int_0^\infty \chi_{J=1}(R) \chi_{L=2}(R) \langle \Phi_{2p\sigma}^\mu | \vec{r} \cdot \vec{R} | \Phi_{2p\sigma}^\mu \rangle dR$$



⇒ **Znaczący wzrost przekroju czynnego na tworzenie molekuly w otoczeniu energii rezonansowej**

podobnie dla wszystkich molekuly w stanach $J = 1, 2$

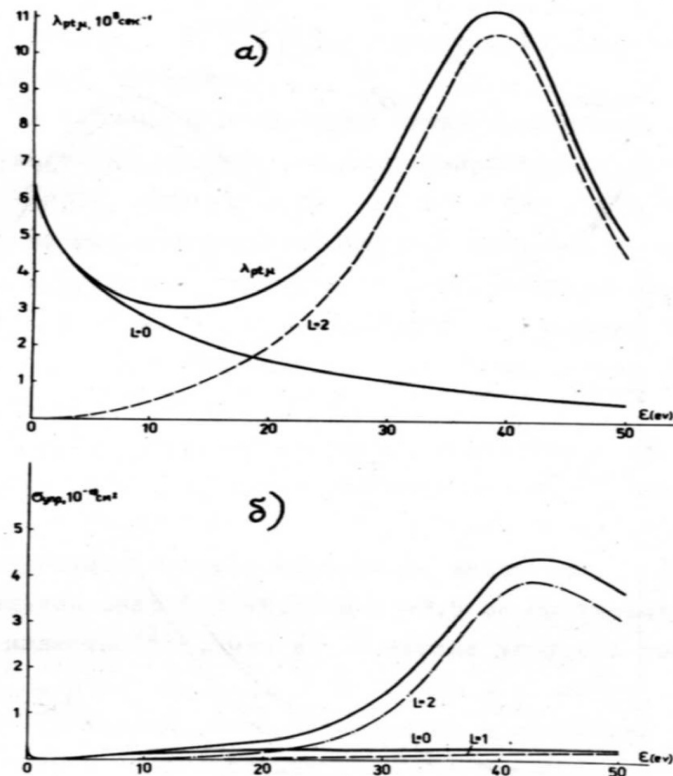
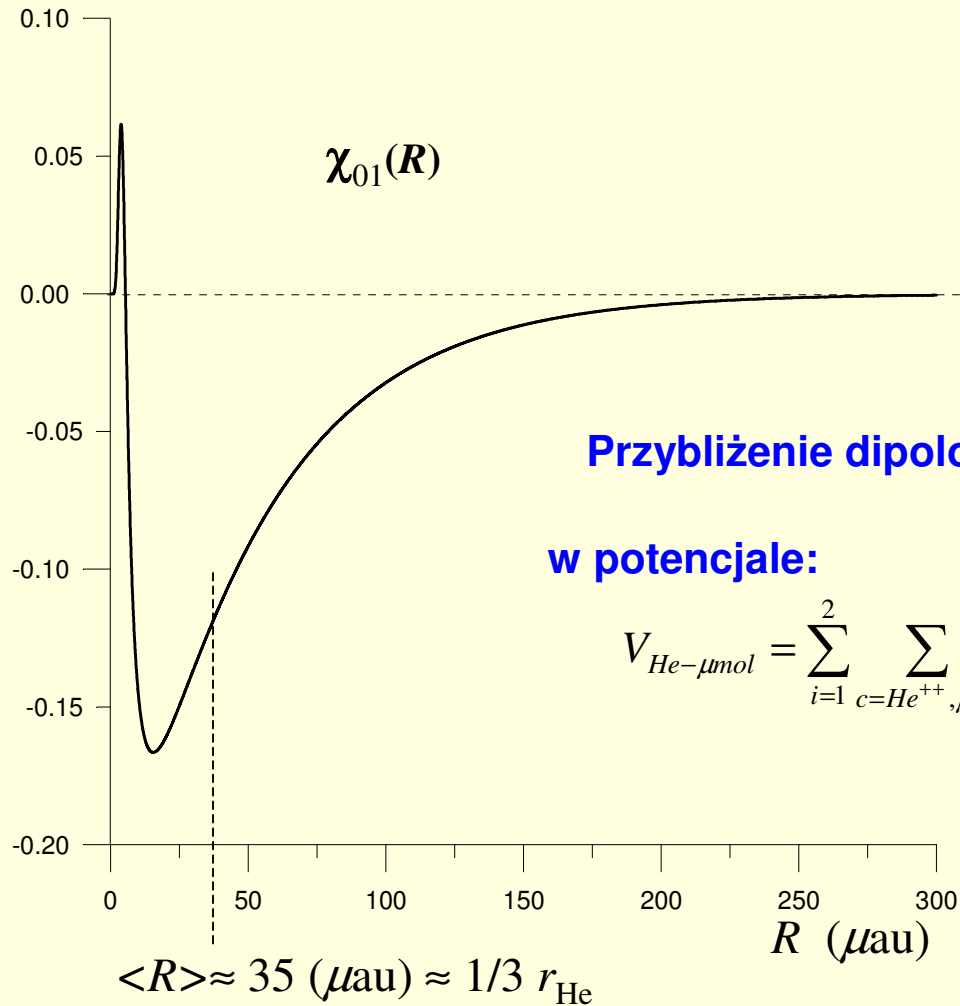


Рис. 3. а) Зависимость скоростей образования мезомолекулы ρt_{μ} при переходах $(L=0)^{(i)} \rightarrow (L=1)^{(+)}$, $(L=2)^{(i)} \rightarrow (L=1)^{(+)}$ и полной скорости $\lambda_{\rho t_{\mu}}$ от энергии столкновения ε .
 б) Зависимость парциальных и полного сечения σ упругого рассеяния $t_{\mu} + \rho$ от энергии столкновения ε .

Wykres z pracy L.I.Ponomarev, M.I.Fajfman Zh.Exp.Teor.Fiz. 71 (1976) 1689

**Funkcja radialna $\chi_{01}(R)$ największej molekuly mionowej ${}^4\text{He}\mu\text{t}$
w stanie oscylacyjno-rotacyjnym $J = 0, v = 1$ (energia wiązania **0.13 eV**)**



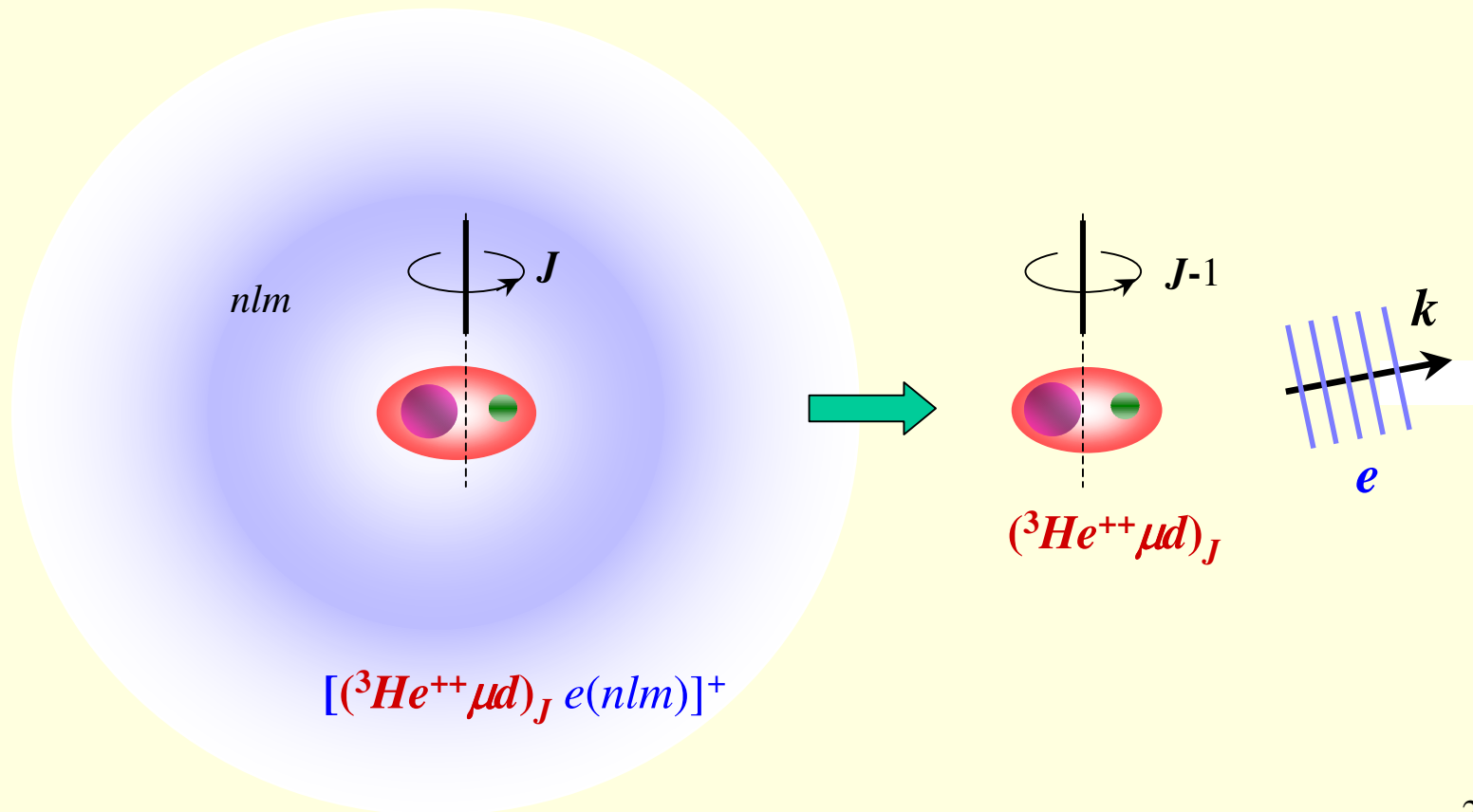
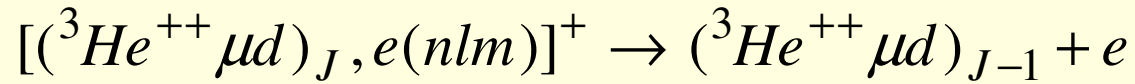
Przybliżenie dipolowe – za mało dokładne

w potencjale:

$$V_{\text{He-}\mu\text{mol}} = \sum_{i=1}^2 \sum_{c=\text{He}^{++}, \mu, h} \frac{(-Z_c)}{|\vec{r}_c - \vec{r}_i|}$$

- trzeba uwzględnić człony kwadru polowe i oktu polowe (praca w toku)

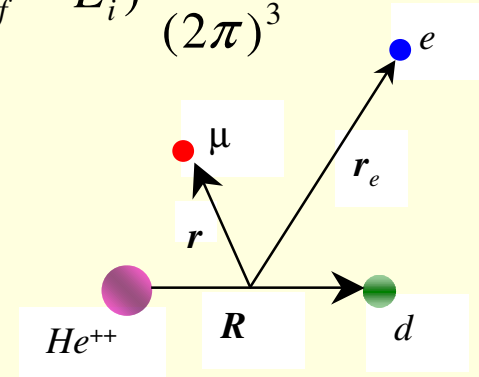
Przejścia rotacyjne $2 \rightarrow 1$ i $1 \rightarrow 0$ w wyniku konwersji elektronowej
 na przykładzie molekuly $({}^3\text{He}^{++}\mu d)_J$



Matematyczny opis deekscytacji rotacyjnej molekuły

szybkość deekscytacji (s⁻¹)

$$d\lambda_{J_f J_i} = \frac{2\pi}{2J_i + 1} \sum_{M_i, M_f} \left| \left\langle \Psi_f^- \left| \frac{\vec{d} \cdot \vec{r}}{r^3} \right| \Psi_i \right\rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i) \frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3}$$



$$\Psi_{i,f} = \Phi_{i,f}^{mol}(\vec{R}, \vec{r}) \phi_{i,f}^e(\vec{r}_e)$$

funkcje kulombowskie

$$\phi_i^e(\vec{r}_e) = R_{nl}(Z_i | r_e) Y_{lm}(\hat{r}_e)$$

$$\phi_f^{e(-)}(\vec{r}_e) = \sum_{L=0}^{\infty} i^L (2L+1) e^{-i\delta_L^C} R_{kL}(Z_f | r_e) P_L(\hat{k}_e \cdot \hat{r}_e)$$

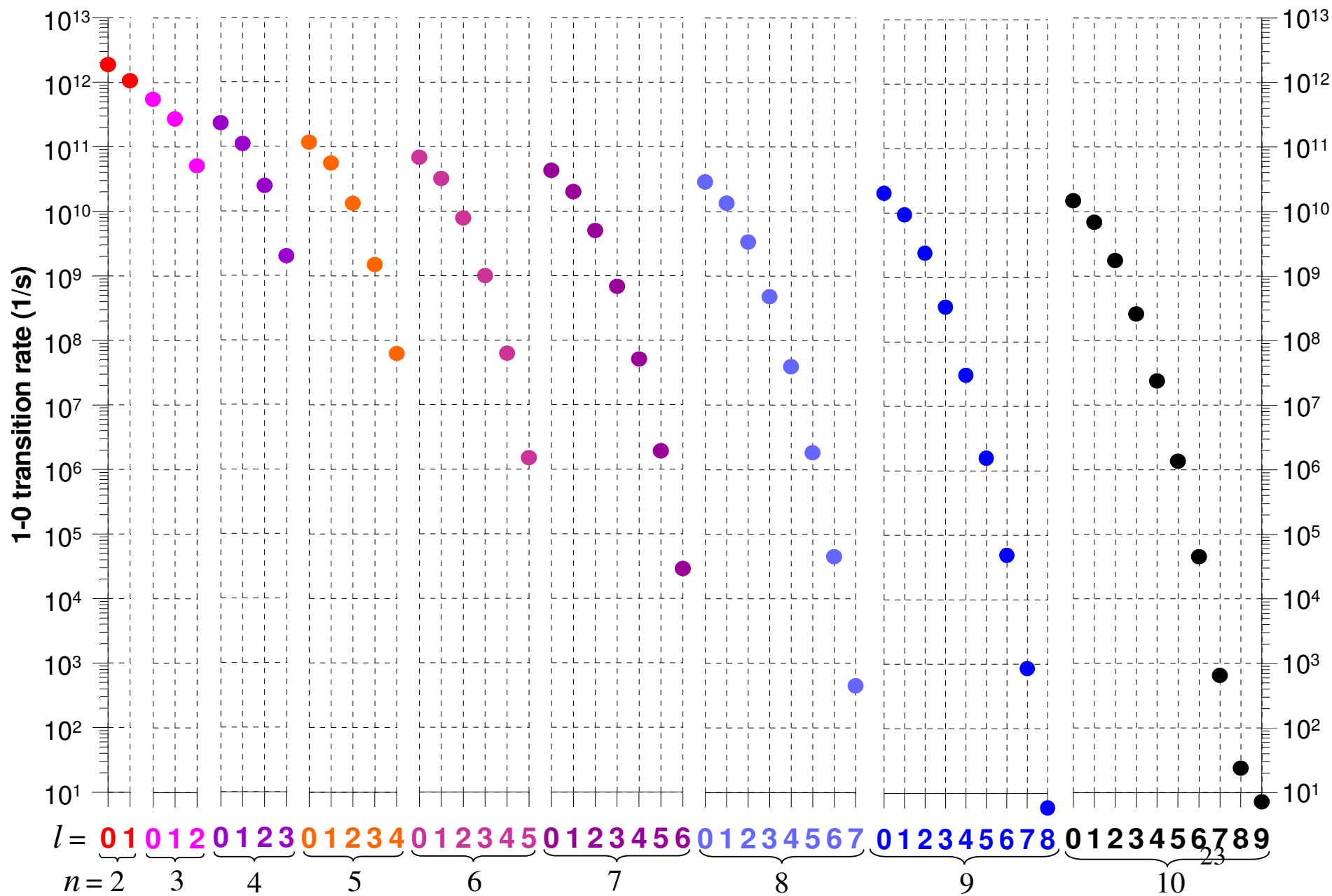
po przekształceniach:

$$\lambda_{J_f J_i} = \frac{4}{3} k d_{J_f J_i}^2 (2J_f + 1) \left(\begin{matrix} J_f & J_i & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) \left(\begin{matrix} L & l & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^2 R_{Lnl}^2(Z_i, Z_f)$$

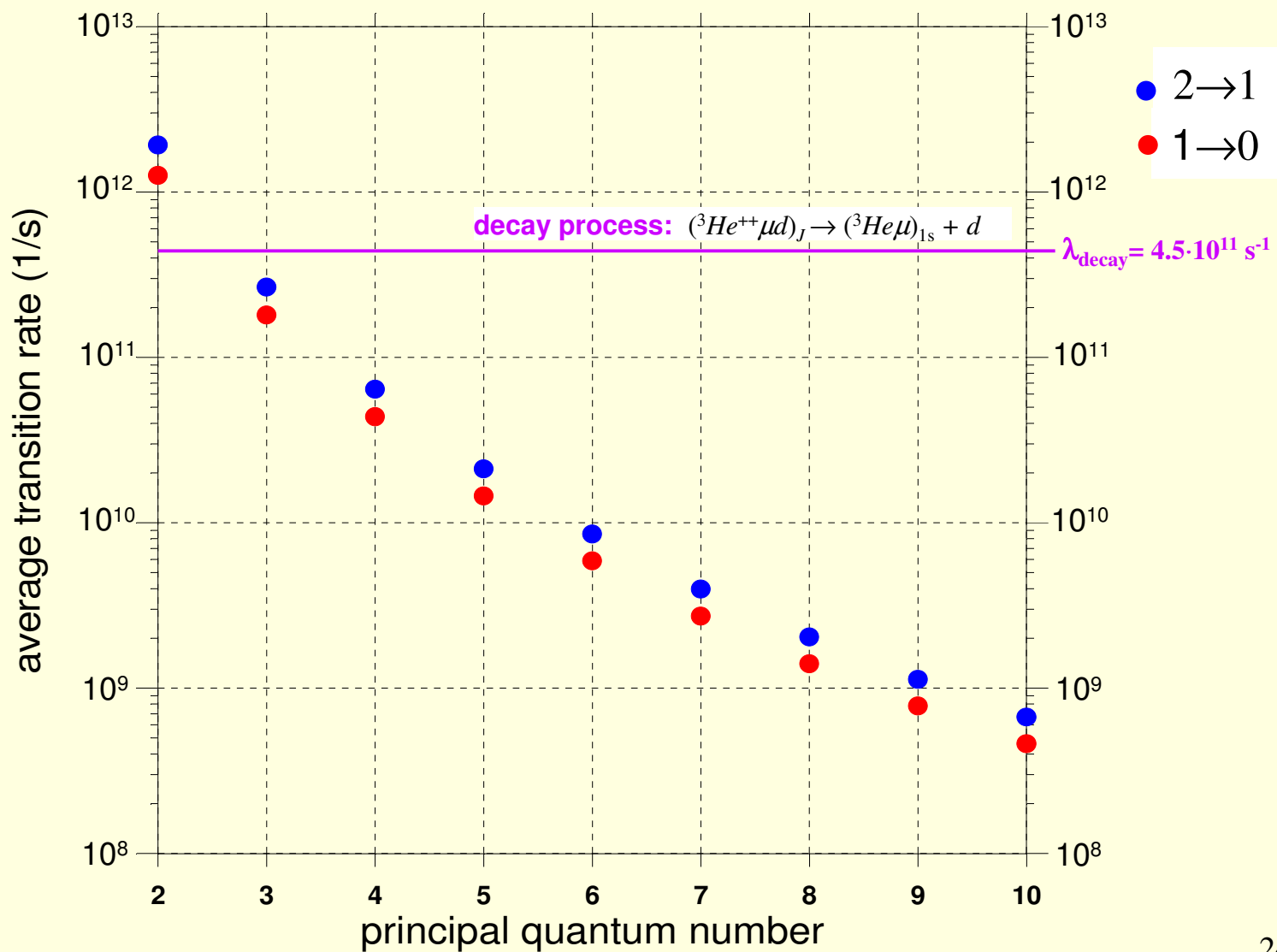
gdzie

$$R_{Lnl}(Z_i, Z_f) = \int_0^{\infty} R_{kL}(Z_f | r_e) R_{nl}(Z_i | r_e) dr \quad \text{— całka liczona numerycznie}_{22}$$

Szybkości przejścia 1→0 w układzie $[(^3\text{He}^{++}\mu d)_J e(nl)]^+$



Szybkości przejść $2 \rightarrow 1$ i $1 \rightarrow 0$ uśrednione po l



Dziękuję za uwagę