



Równowaga Heidera – symulacje mitozy społecznej

Przemysław Gawroński

Katedra Informatyki Stosowanej

we współpracy z

Krzysztofem Kułakowskim,

Piotrem Gronkiem

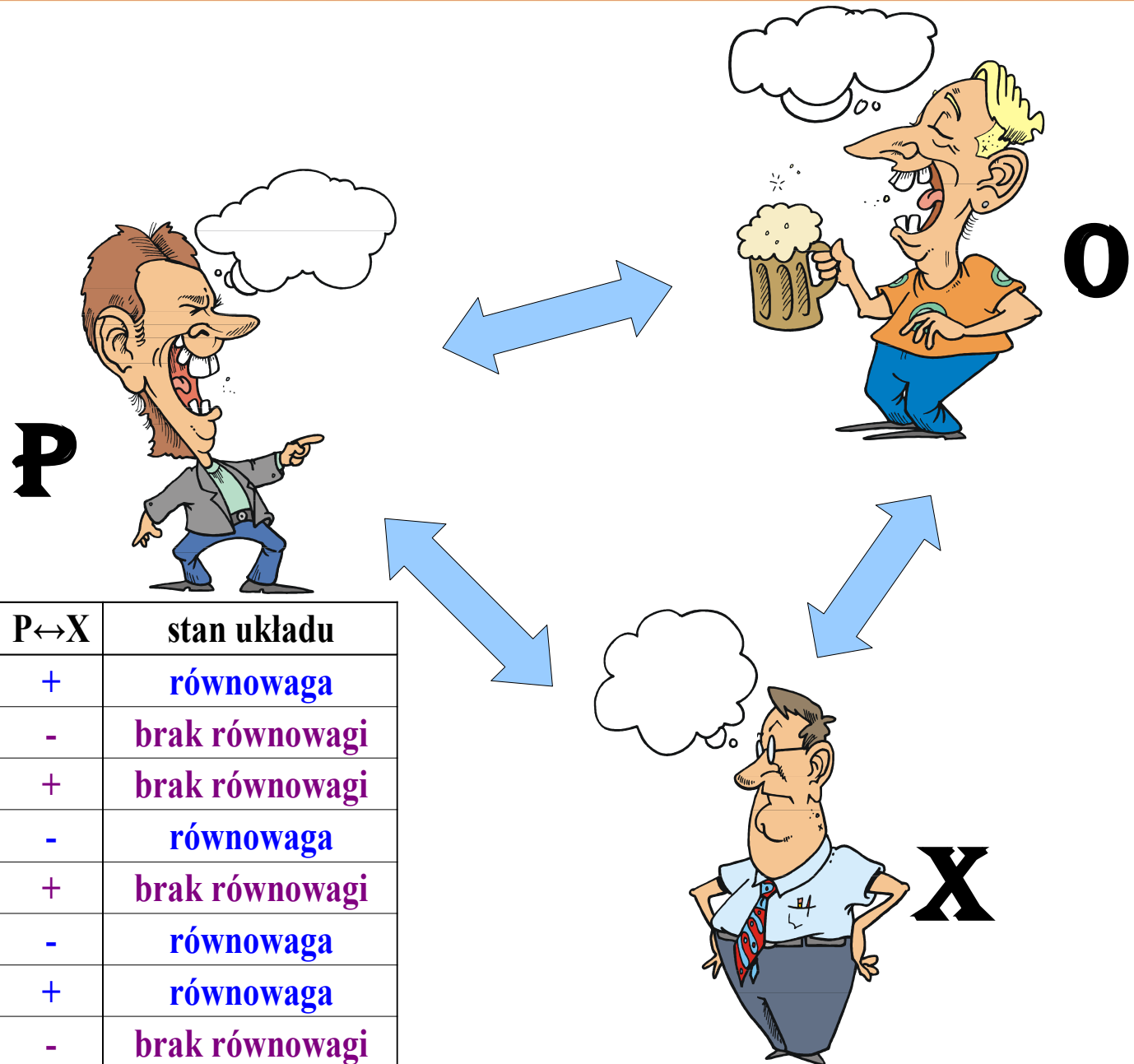
Plan

- Klasyczny model równowagi Heidera.
- Skala Bogardusa
- Równanie ewolucji
- Wyniki dla sieci w pełni połączonych
- Wyniki symulacji dla układów rzeczywistych
- Wyniki dla sieci Alberta-Barabasiiego
- Wyniki dla sieci w pełni połączonych z relacjami niesymetrycznymi
- Podsumowanie



Model równowagi Heidera - triada

Fritz Heider (1896-1988)



$P \leftrightarrow O$	$O \leftrightarrow X$	$P \leftrightarrow X$	stan układu
+	+	+	równowaga
+	+	-	brak równowagi
+	-	+	brak równowagi
+	-	-	równowaga
-	+	+	brak równowagi
-	+	-	równowaga
-	-	+	równowaga
-	-	-	brak równowagi



Fritz
Heider
(1896-
1988)

Teoria równowagi Heidera

- Przyjaciel mojego przyjaciela jest moim przyjacielem
- Przyjaciel mojego wroga jest moim wrogiem
- Wróg mojego przyjaciela jest moim wrogiem
- Wróg mojego wroga jest moim przyjacielem

Twierdzenie o Równowadze Strukturalnej

(Harary & Cartwright, Structural Models, 1965, Wiley & Sons)

- Graf opisujący wzajemne relacje grupy ludzi **jest w równowadze** wtedy i tylko wtedy,
 - jeżeli może być **podzielony na dwa podgrafy**, w taki sposób, że
 - wzajemne relacje osób należących do **tej samej podgrupy są dodatnie**,
 - natomiast relacje pomiędzy osobami z **różnych podgrup są ujemne**.



Emory S.
Bogardus
(1882 -
1973)

Skala odległości społecznej -1925

- Czy pod wpływem pierwszego odruchu uczuciowego chętnie dopuściłbym jako całą grupę, a nie najlepszych czy najgorszych jej przedstawicieli jakich znam:
 - (1) do bliskiego pokrewieństwa poprzez małżeństwo w mojej rodzinie?
 - (2) jako najlepszego przyjaciela?
 - (3) jako sąsiada na mojej ulicy/osiedlu?
 - (4) jako pracownika w moim pokoju w zakładzie pracy?
 - (5) jako obywatela w moim kraju?
 - (6) tylko jako turystę w moim kraju?
 - (7) należałoby usunąć tę osobę z mojego kraju.

Table 2. Social Distance Means and Ranks, 1925 vs. 1993

Group	1925		1993	
	Mean*	Rank	Mean	Rank
English	1.27	1	1.17	2
Scottish	1.69	2	1.22	6
Irish	1.93	3	1.14	1
French	2.04	4	1.20	4
Dutch	2.12	5	1.25	9
Swedish	2.44	6	1.21	5
Danish	2.48	7	1.23	7
Norwegian	2.67	8	1.25	8
German	2.89	9	1.27	10
Spanish	3.28	10	1.29	11
Italian	3.98	11	1.19	3
Hindu	4.35	12	1.95	23
Polish	4.57	13	1.30	12
Russian	4.57	14	1.33	13
Native American	4.65	15	1.44	16
Jewish	4.83**	16	1.42	15
Greek	4.89	17	1.38	14
Arab	5.00***	18	2.21	24
Mexican	5.02	19	1.56	18
Black American	5.10****	20	1.55	17
Chinese	5.28	21	1.68	20
Japanese	5.30	22	1.62	19
Korean	5.55	23	1.72	21
Turk	5.80	24	1.77	22
Grand Mean	3.82		1.43	
Standard Deviation	1.43		.28	

Notes: *In his study, Bogardus used a scale from 0 to 6. This has been adjusted to a scale of 1 to 7 for making comparisons.

**The figure is for the "German-Jew" [1925]. The mean for the "Russian-Jew" then was 5.13.

***The figure for the "Syrian" [1925].

****The figure for "Negroes" [1925].

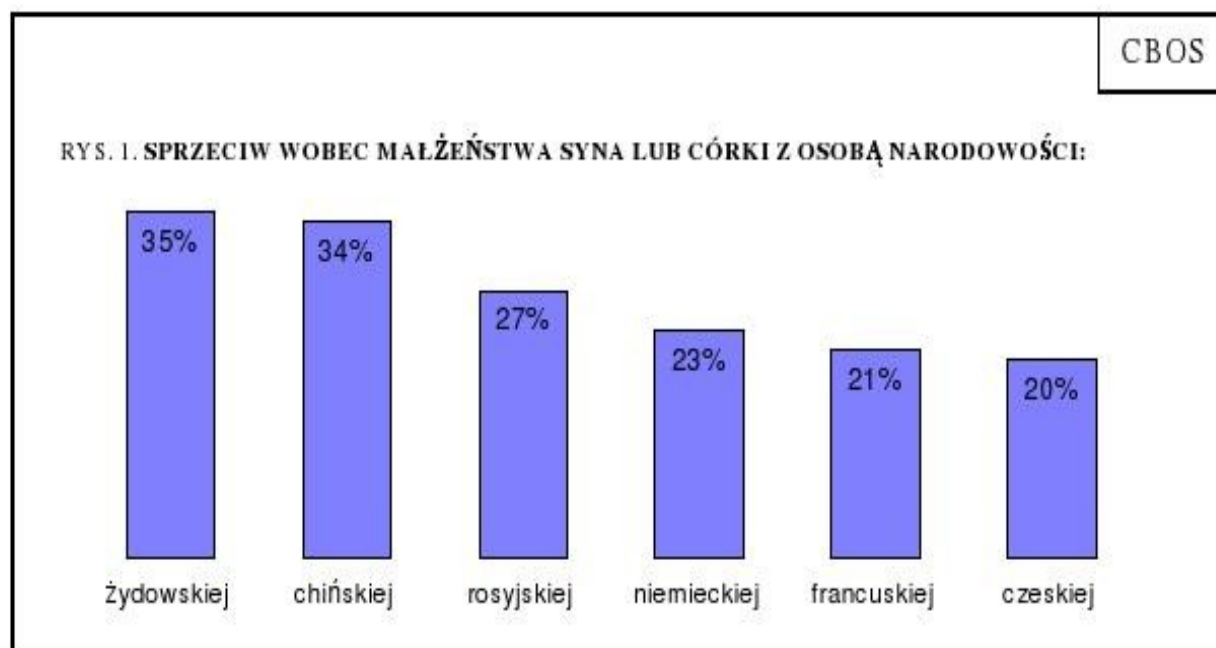
Emory S.
Bogardus
(1882 -
1973)



Emory S.
Bogardus
(1882 -
1973)

Przejawy dystansu społecznego wobec innych narodów i religii – styczeń 2007

- Niezależnie od tego, czy ma Pan(i) dzieci czy też nie, czy sprzeciwił(a)by się Pan(i), gdyby Pana(i) syn lub córka chcieli poślubić osobę narodowości:
 - chińskiej, czeskiej, francuskiej, niemieckiej, rosyjskiej, żydowskiej.

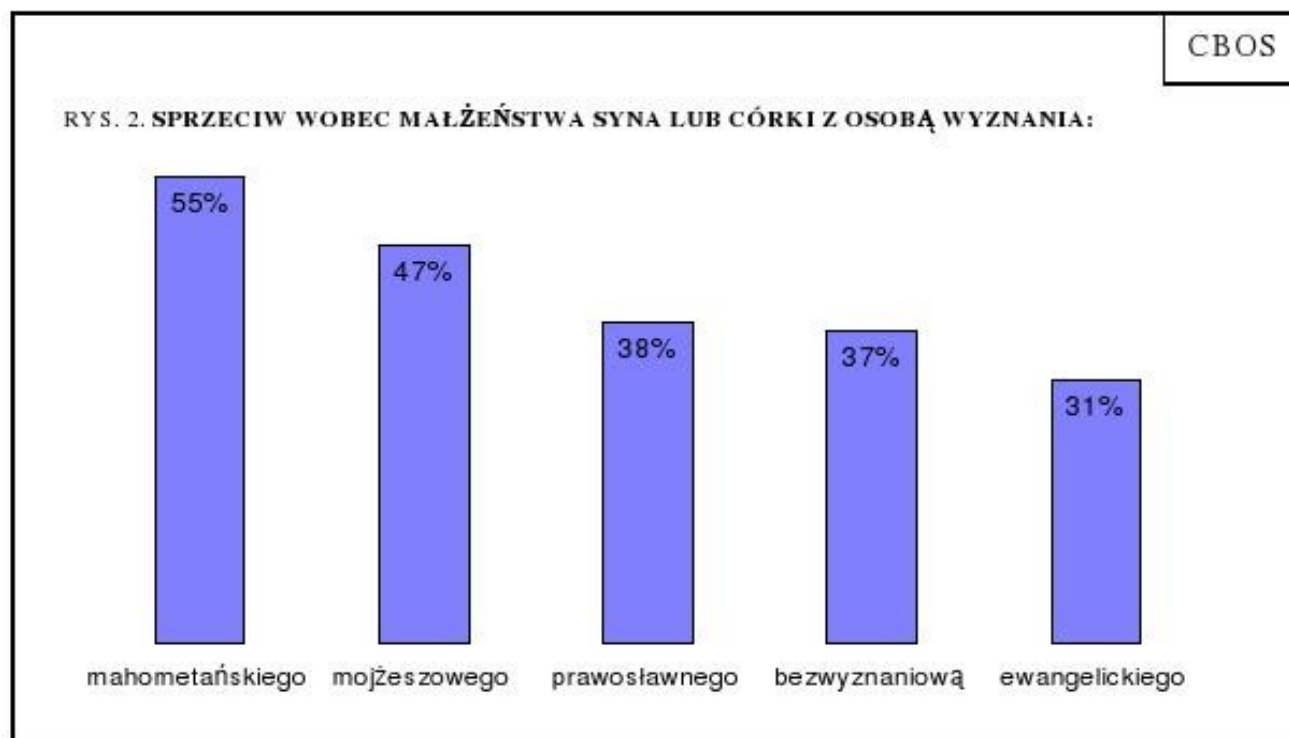




Emory S.
Bogardus
(1882 -
1973)

Przejawy dystansu społecznego wobec innych narodów i religii – styczeń 2007

- Niezależnie od tego, czy ma Pan(i) dzieci czy też nie, czy sprzeciwił(a)by się Pan(i), gdyby Pana(i) syn lub córka chcieli poślubić osobę wyznania:
 - ewangelickiego, mahometańskiego, mojżeszowego, prawosławnego, bezwyznaniową.



Model Heidera – podejście ciągłe – założenia modelu

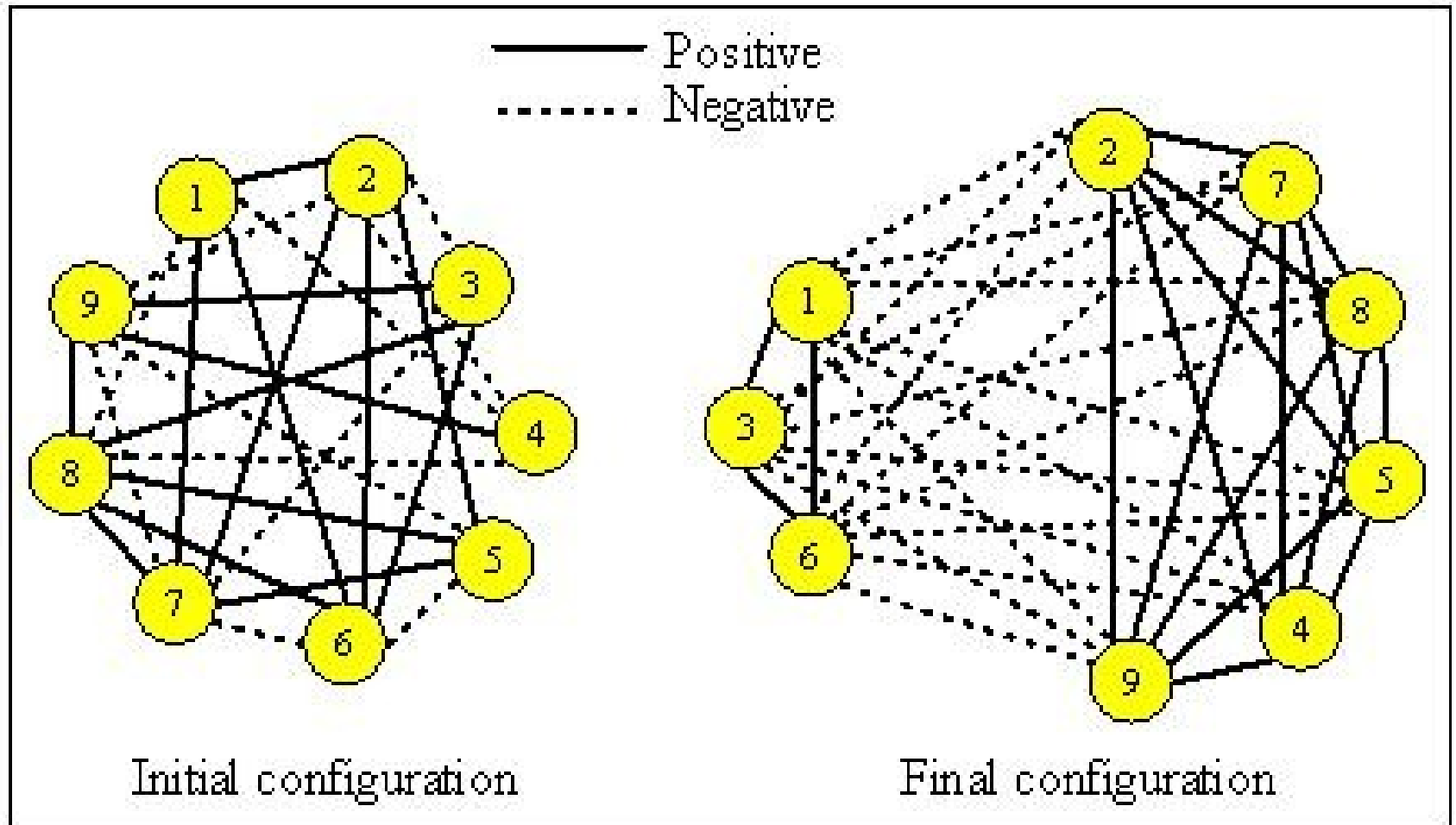
- Graf o N węzłach i $K = N(N-1)/2$ krawędziach.
- r_{ij} – relacja pomiędzy i -tym a j -tym węzłem, wylosowana z przedziału $(-r_0 - \varepsilon, r_0 + \varepsilon)$ z rozkładem jednorodnym.

- Równie ewolucji:

$$\frac{dr_{ij}}{dt} = G(r_{ij}, R) \sum_k r_{ik} r_{kj}$$

- gdzie $G(r_{ij}, R) = 1 - \frac{r_{ij}^2}{R^2}$.

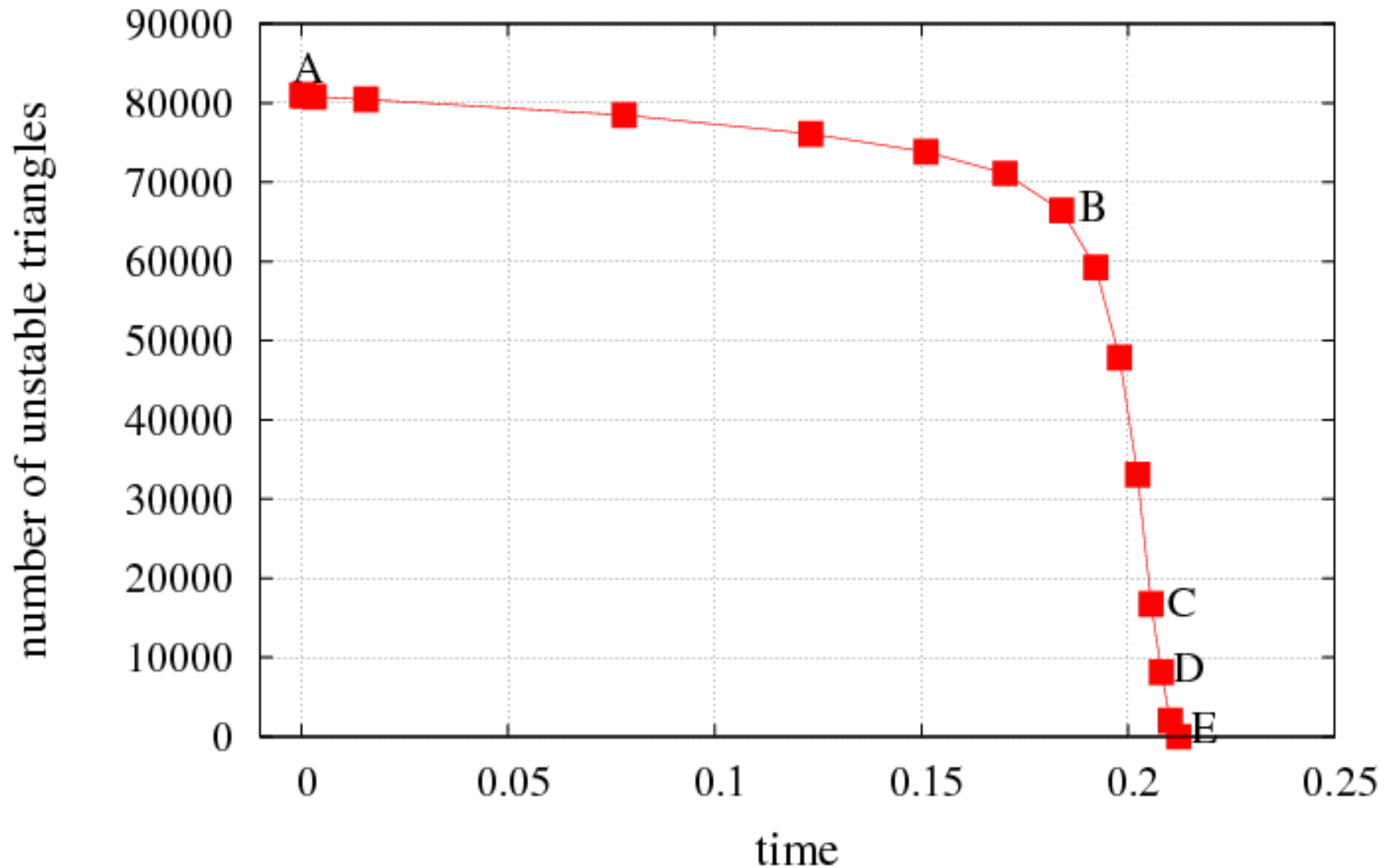
Mitoza społeczna



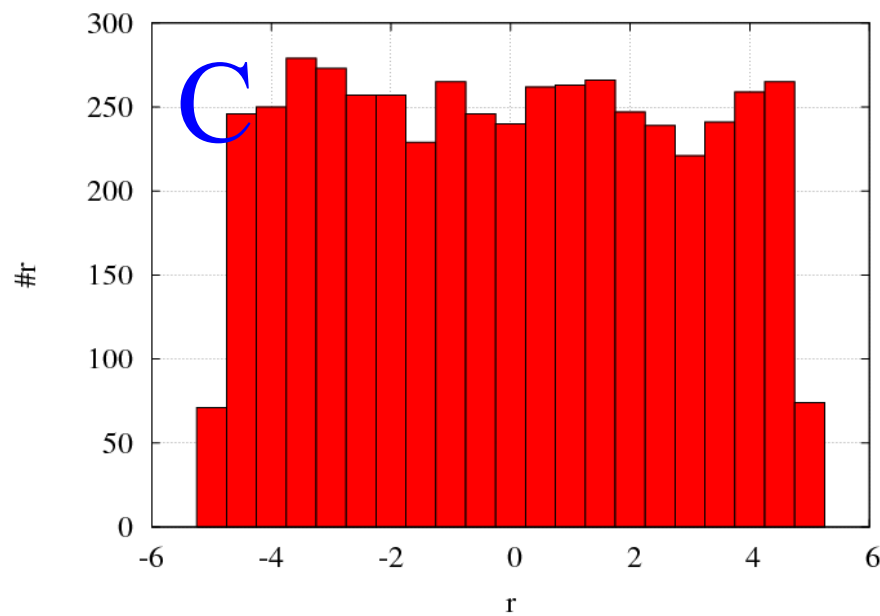
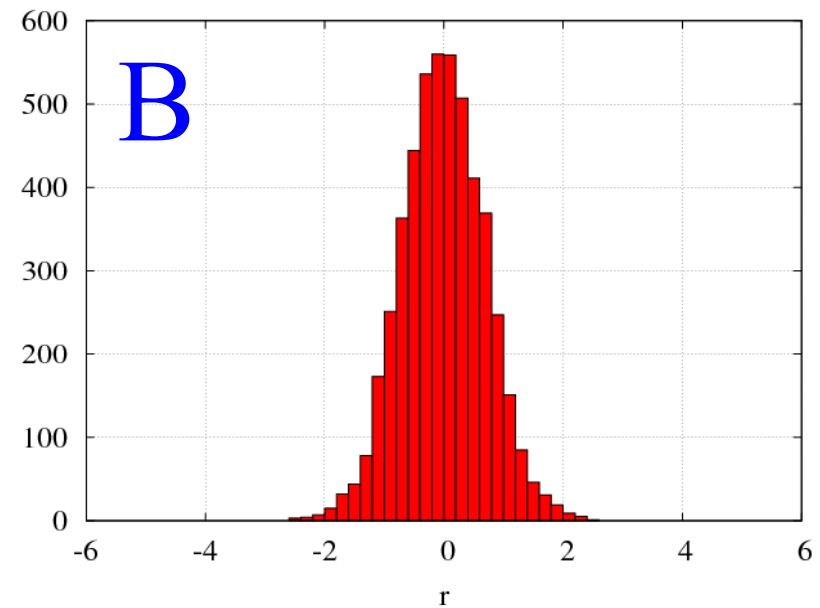
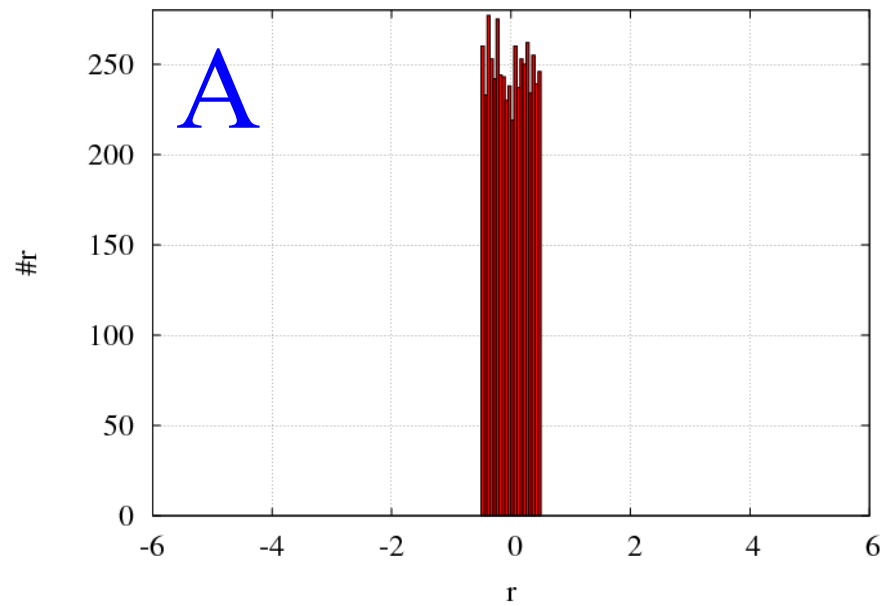
Z. Wang and W. Thorngate, *Sentiment and social mitosis: implications of Heider's balance theory*, Journal of Artificial Societies and Social Simulation vol. 6, no. 3 (2003), <http://jass.soc.surrey.ac.uk/6/3/2.html>

Ewolucja układu w czasie – sieć w pełni połączona

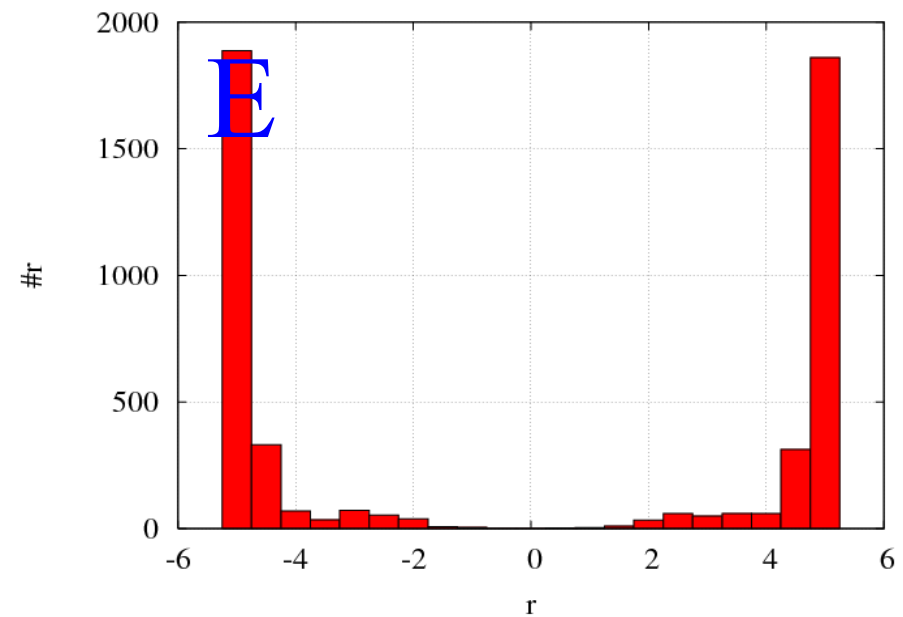
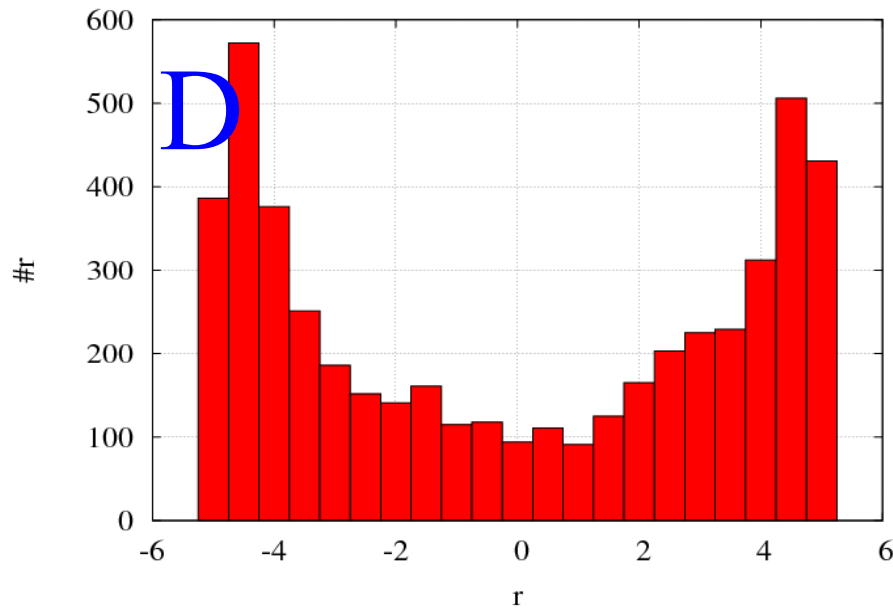
Distance from HB as a number of triangles, against time, for one initial distribution of r_{ij}



Polaryzacja opinii – sieć w pełni połączona

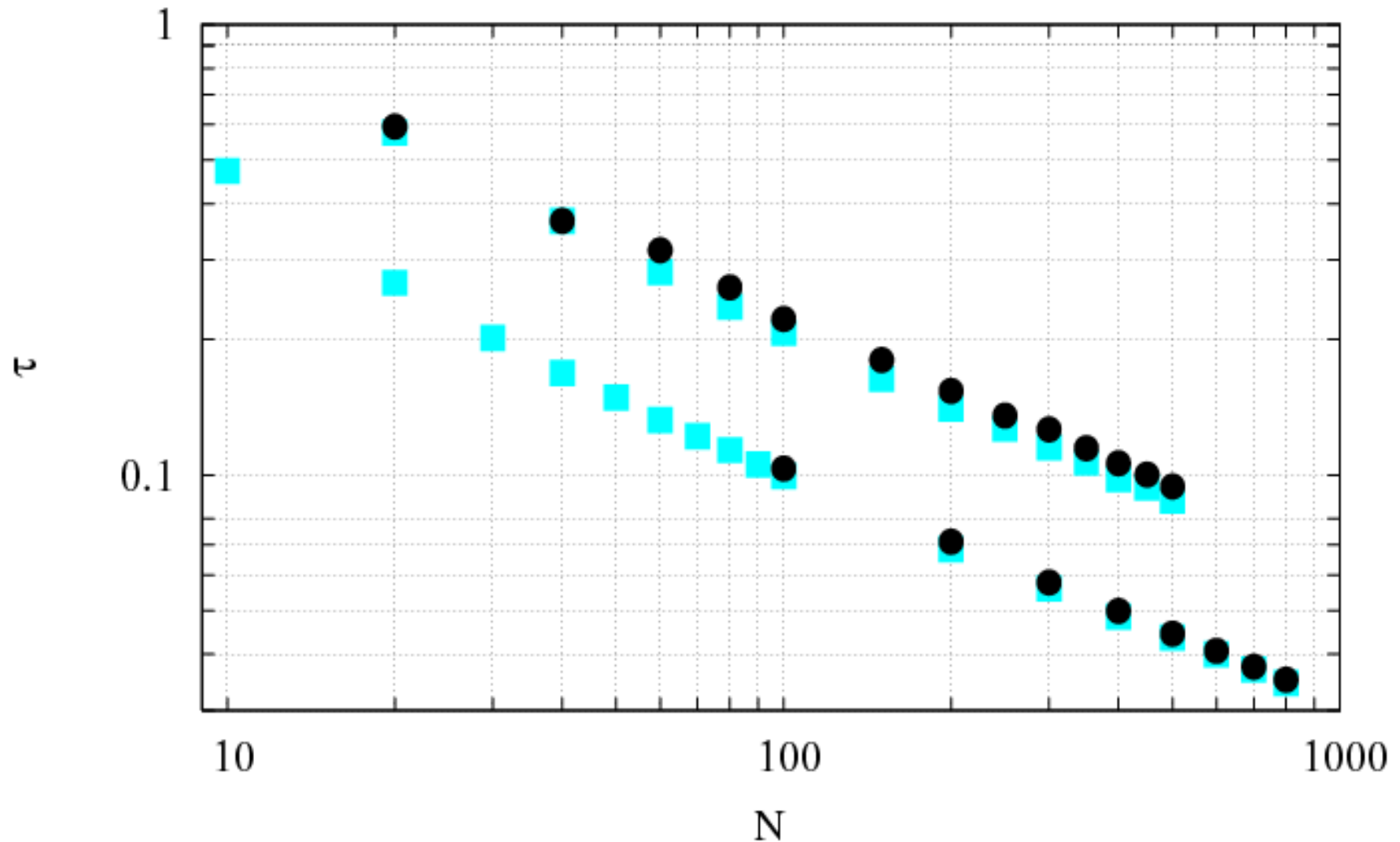


Polaryzacja opinii – sieć w pełni połączona



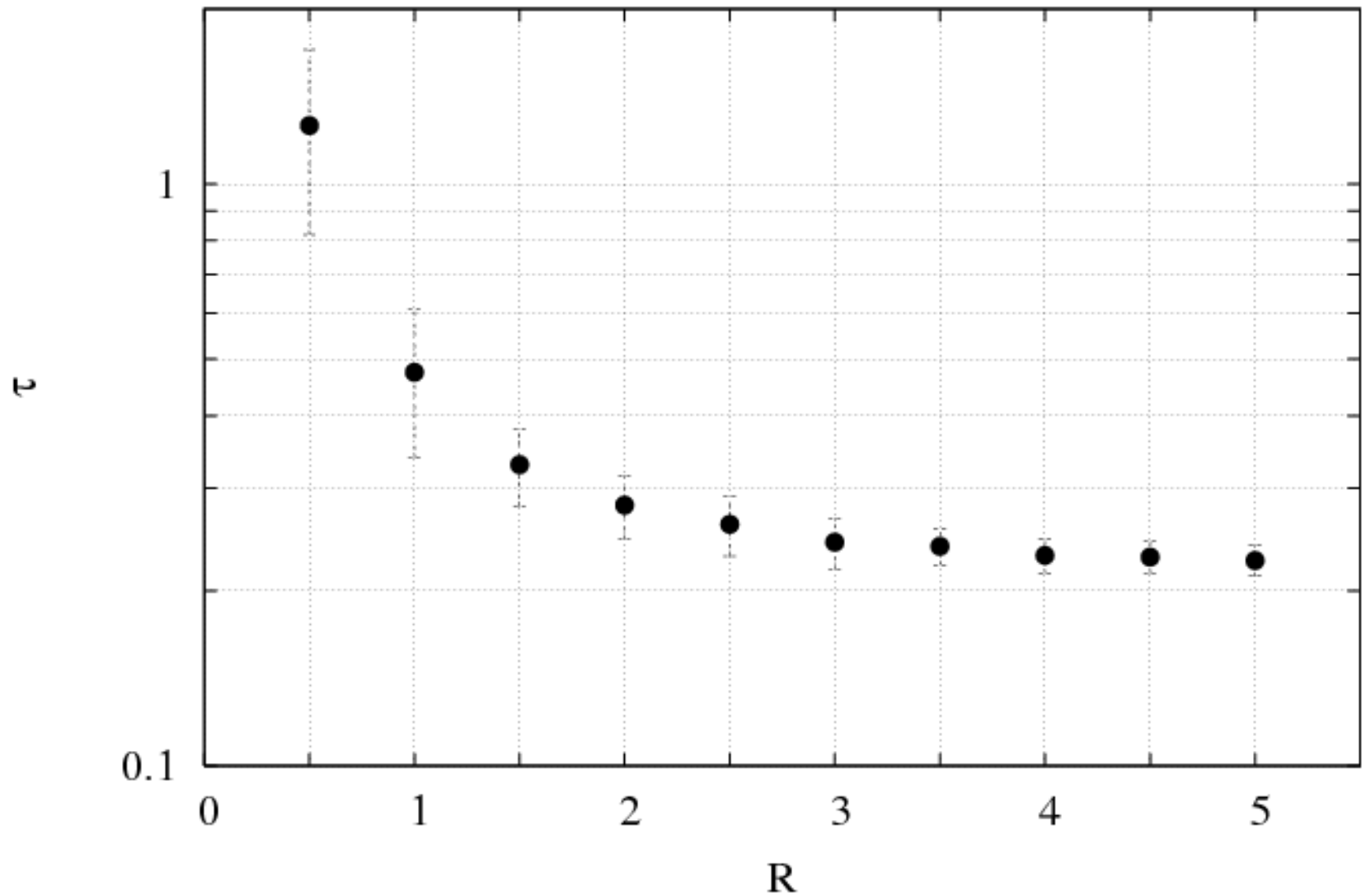
Średni czas dojścia do równowagi Heidera

Time τ of reaching HB as dependent on the system size N , for $R=5.0$ (●) and $R=\infty$ (■). The higher curve is for $r_0=0.5$, the lower is for $r_0=1.0$.



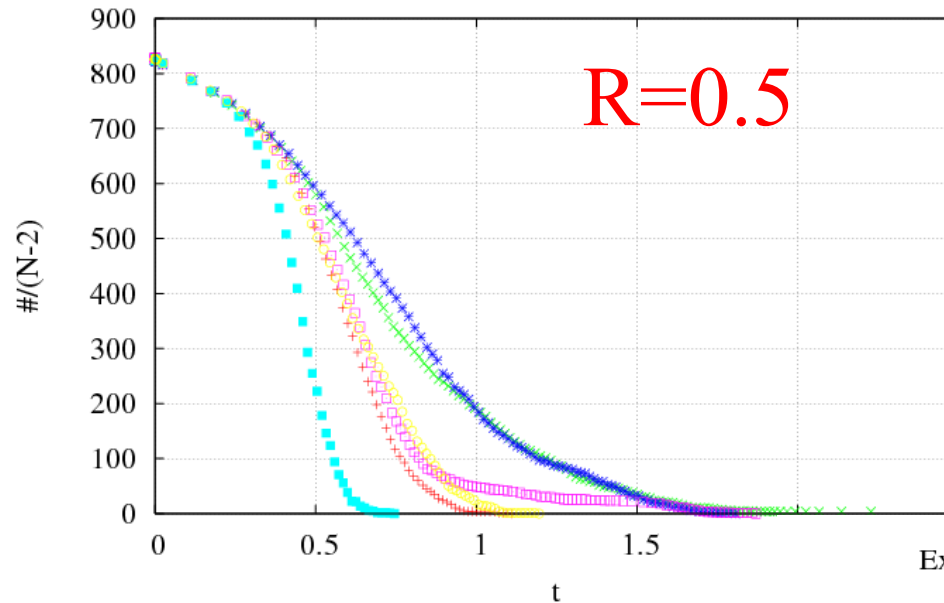
Zależność czasu dojścia do równowagi Heidera od wartości ograniczenia R

Time τ of reaching HB as dependent on the the limit value R for N=100.

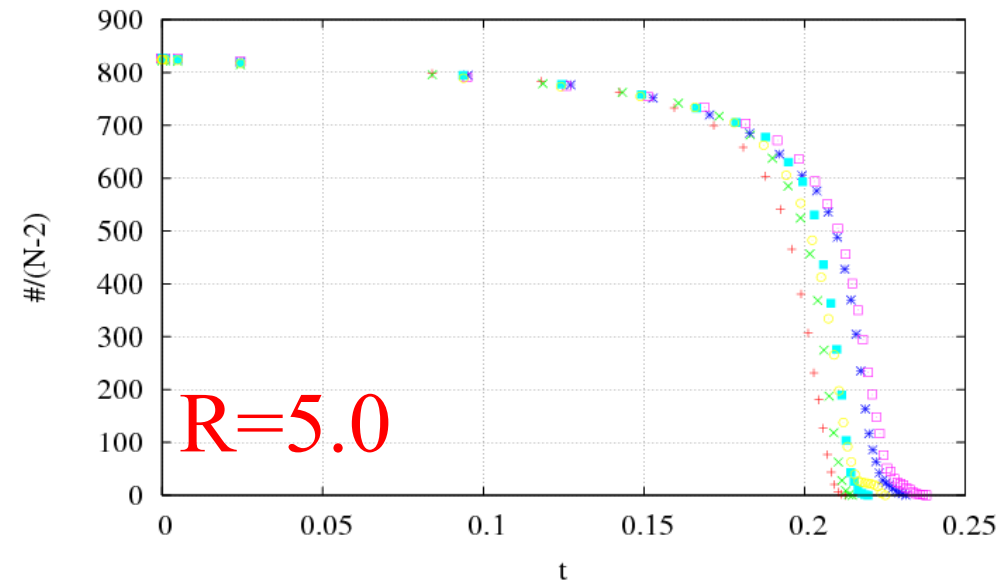


Przykłady ewolucji układu w czasie w zależności od wartości ograniczenia R .

Examples of time dependence of the number # of unbalanced triads for $N=100$ and $R=0.5$.

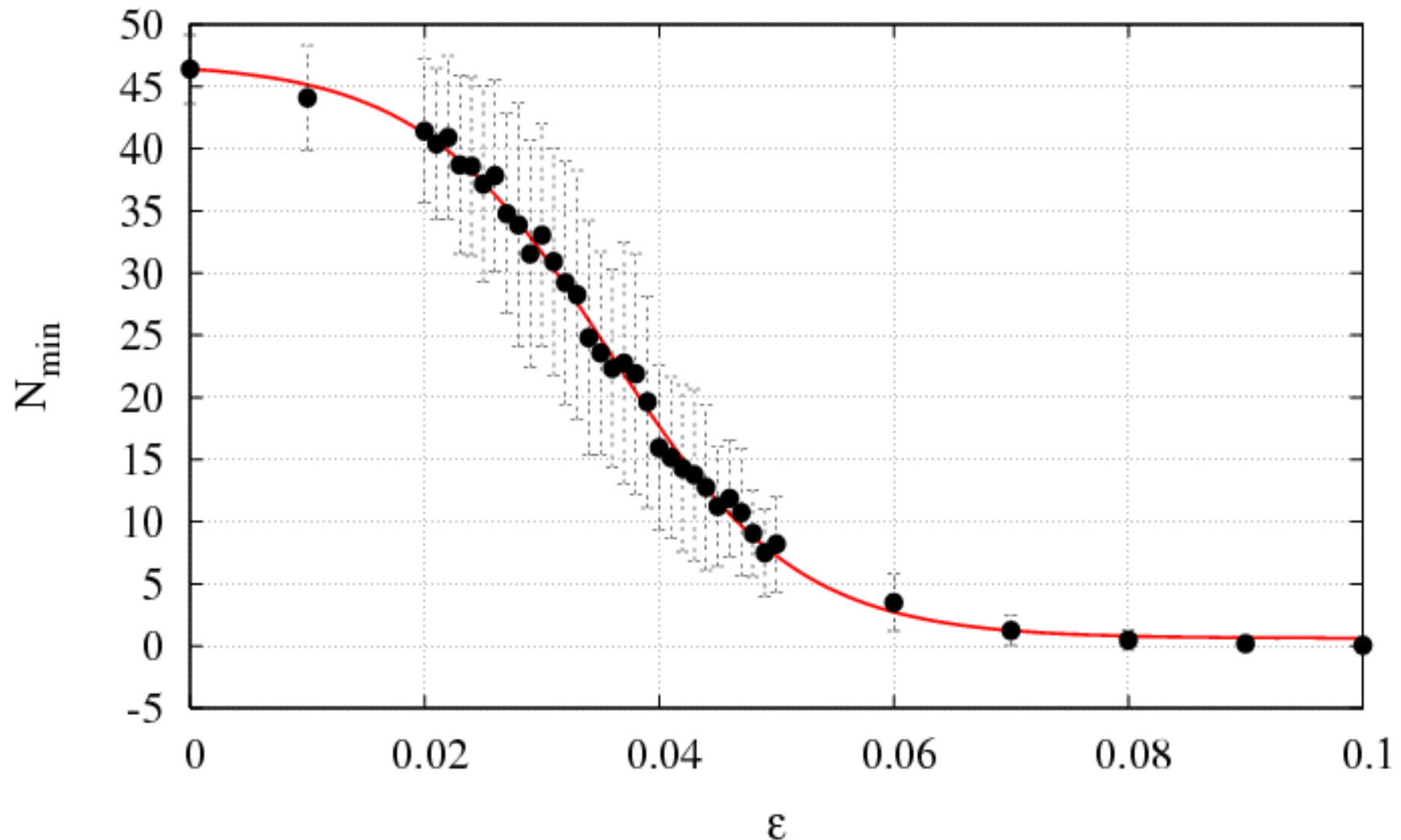


Examples of time dependence of the number # of unbalanced triads for $N=100$ and $R=5.0$.



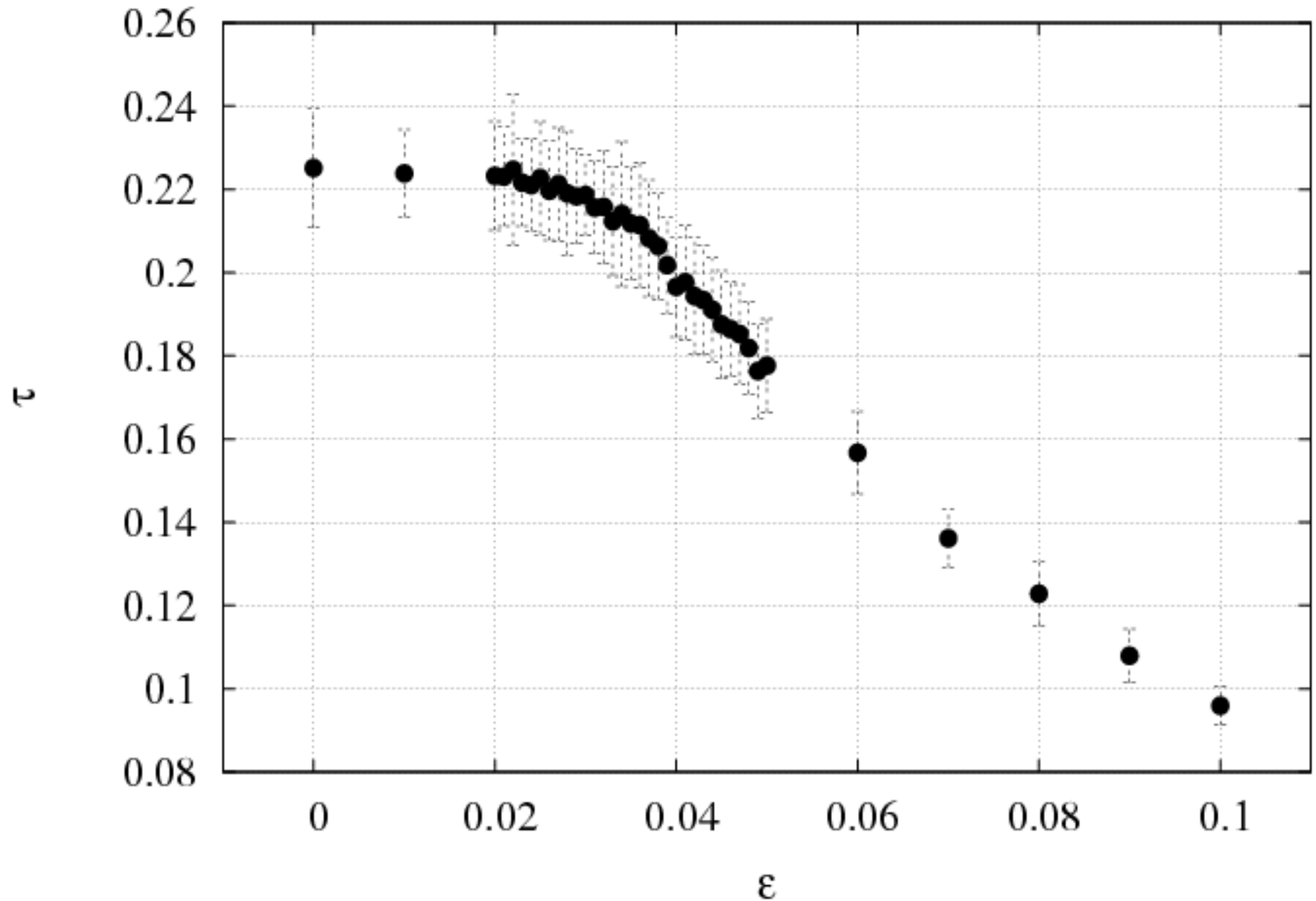
Model Heidera – podejście ciągłe wyniki dla grafów połączonych

Influence of a shift ε of the center of initial distribution r on the size N_{\min} of smaller of the two subsets, which appear after reaching HB. $N=100$



Model Heidera – podejście ciągłe wyniki dla grafów połączonych

Influence of a shift ε of the center of initial distribution r on the time τ .



Eksperyment Milgrama -1967

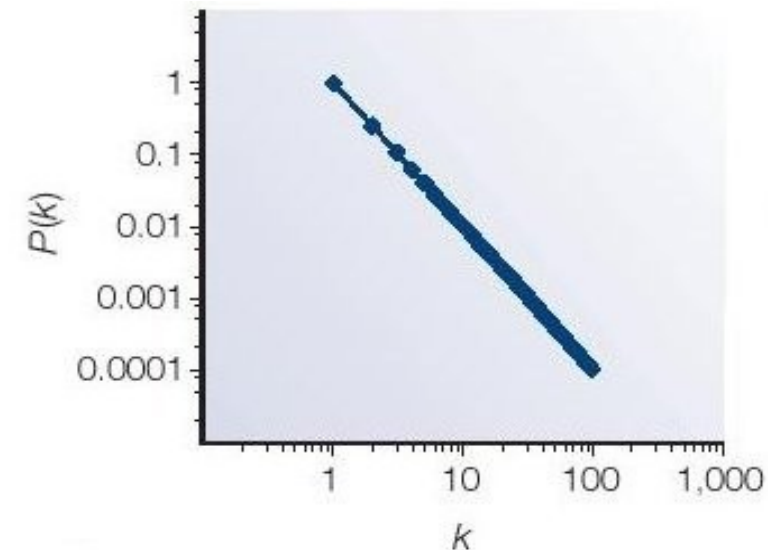


- Zjawisko małego świata – średnia odległość łącząca dwa węzły należące do tej samej sieci rośnie logarytmicznie z ilością węzłów tworzących sieć.

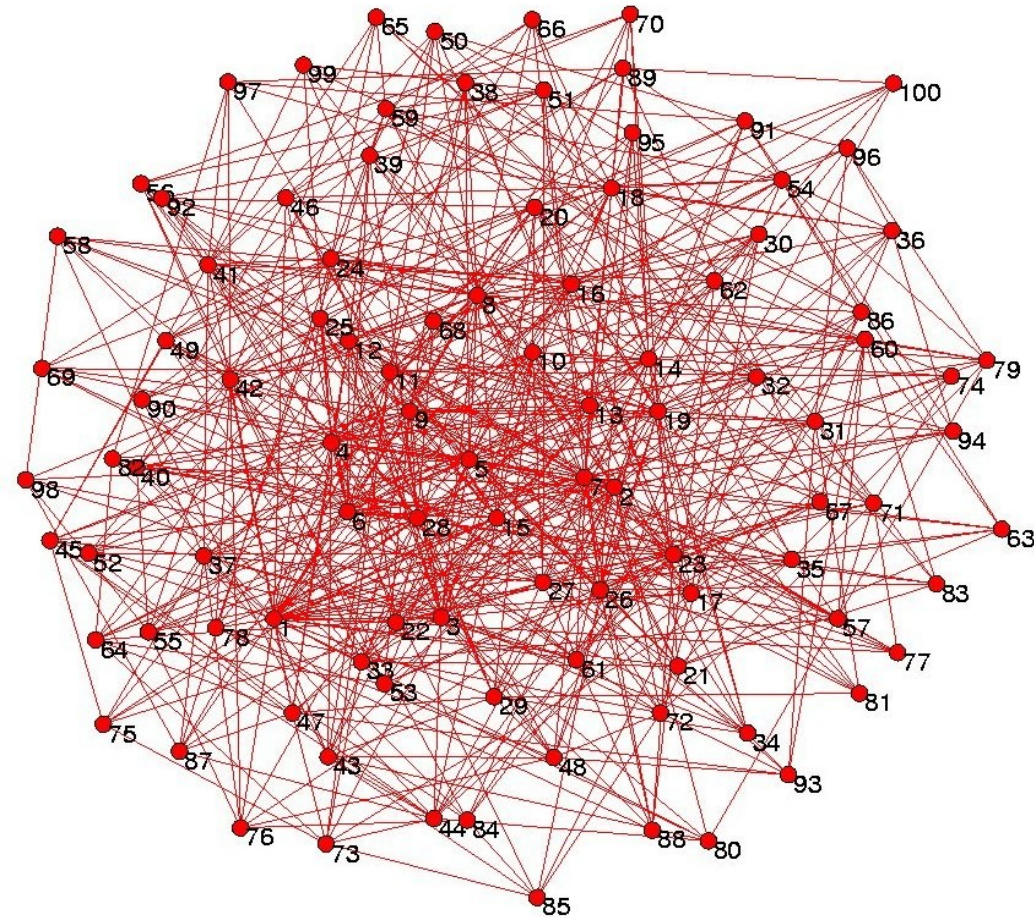
Konstrukcja sieci bezskalowej – model Alberta - Barabasiiego

- Baza - w pełni połączona sieć m_0 węzłów.
- W każdym kroku czasowym dodajemy nowy węzeł łącząc go z $m \leq m_0$ istniejących węzłów.
- Prawdopodobieństwo, że nowy węzeł podłączy się z i -tym węzłem wynosi $P(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$, gdzie k_i to stopień i -tego węzła.
- Sieci bezskalowe charakteryzuje potęgowy rozkład stopnia węzła

$$P(k) \sim k^{-\gamma} .$$



Przykładowa sieć bezskalowa – $N=100$, $M=7$



$$C = \frac{3 \times (\text{number of triangles on the graph})}{(\text{number of connected triples of vertices})}$$

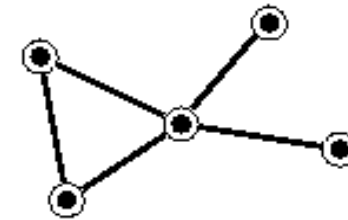
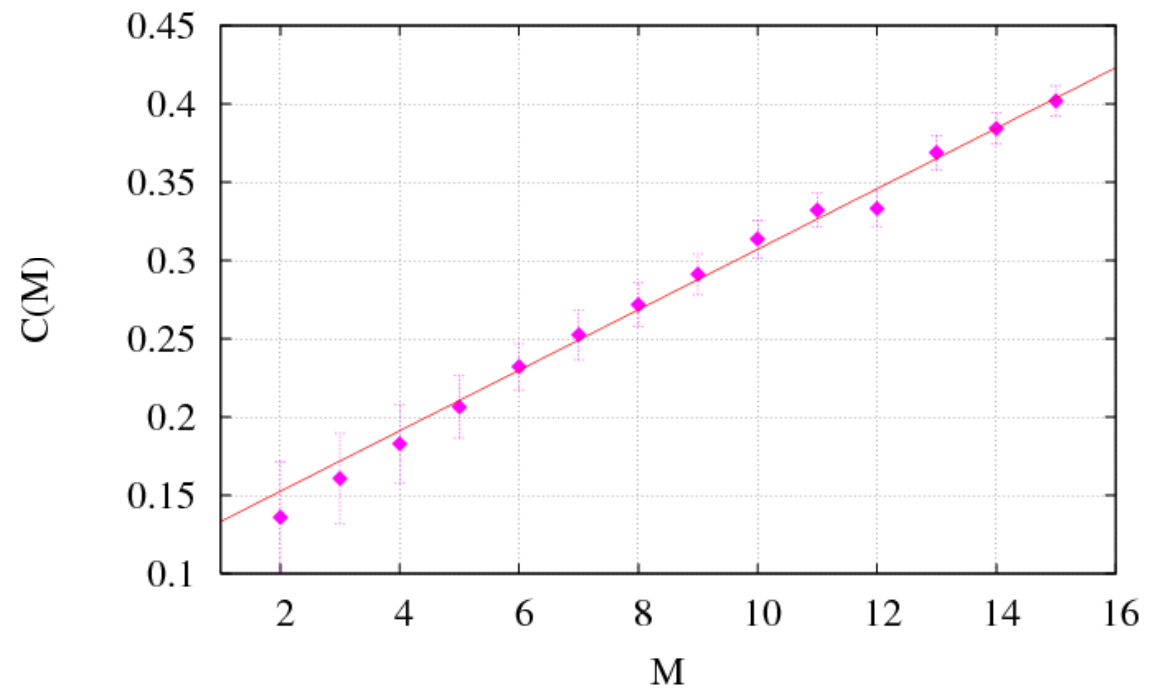


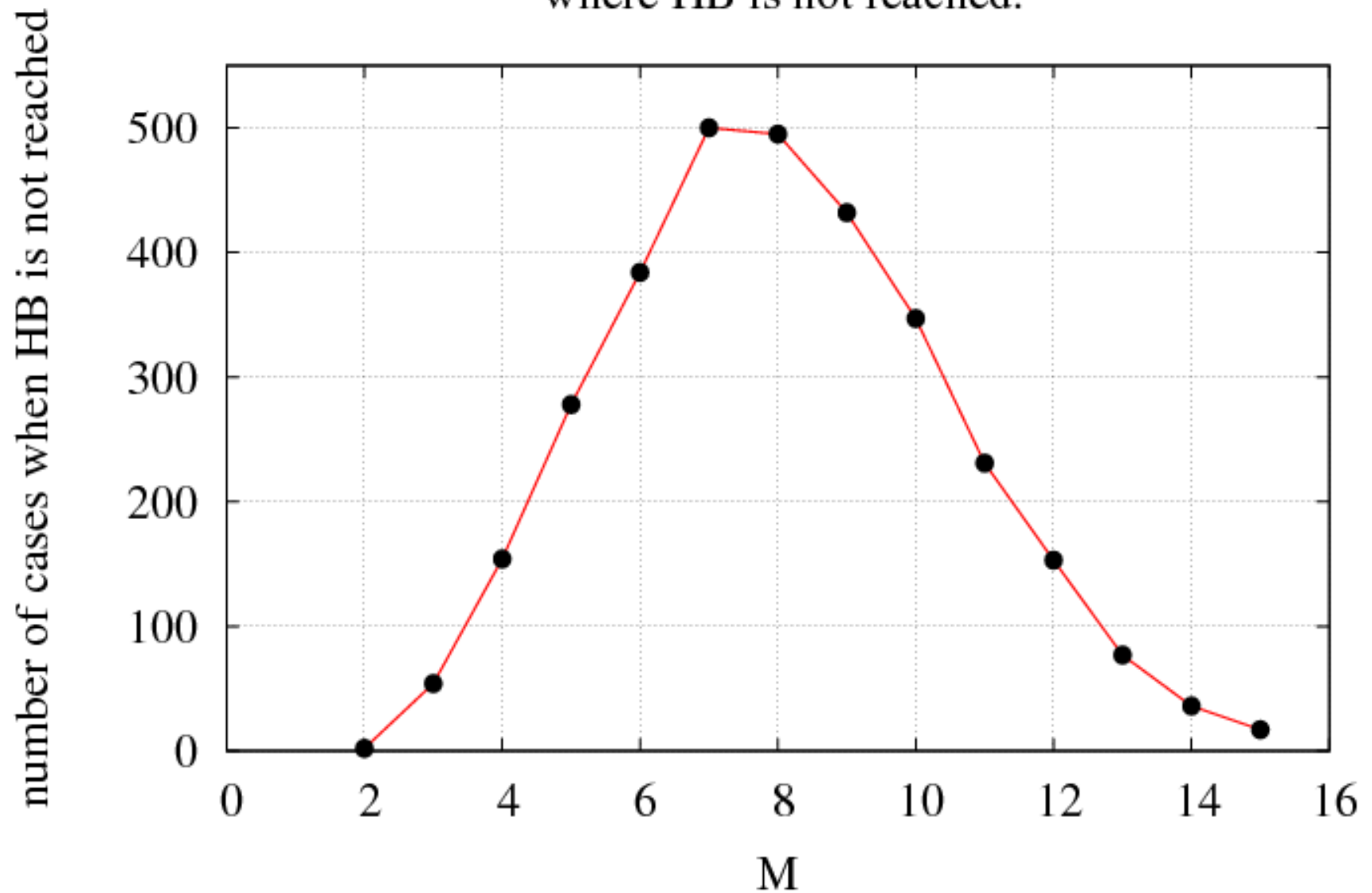
FIG. 5 Illustration of the definition of the clustering coefficient C , Eq. [3](#). This network has one triangle and eight connected triples, and therefore has a clustering coefficient of $3 \times 1/8 = \frac{3}{8}$.

Dependence of the clustering coefficient on the network connectivity.



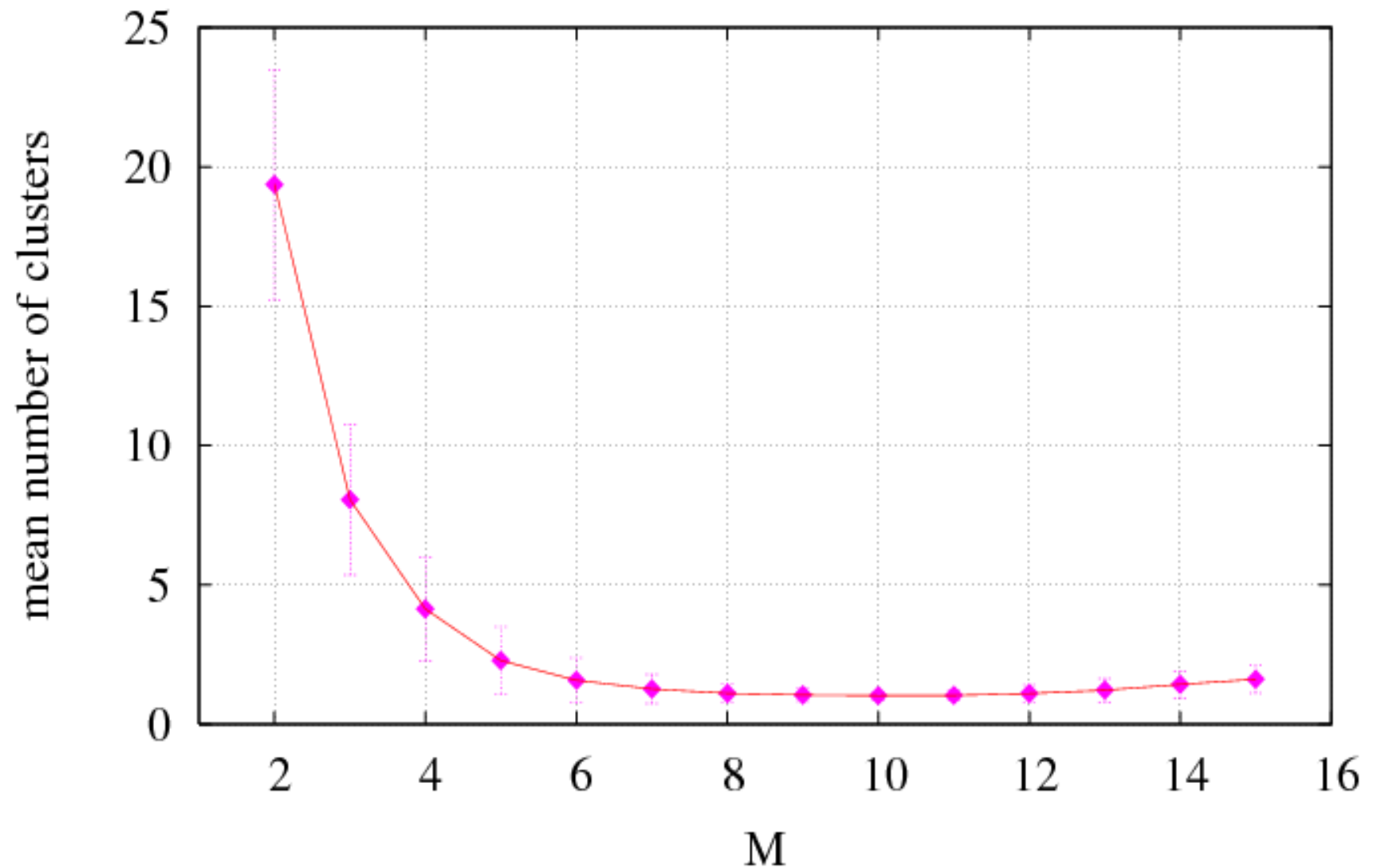
Sieć bezskalowa

The number of networks per 1000 trials, where HB is not reached.



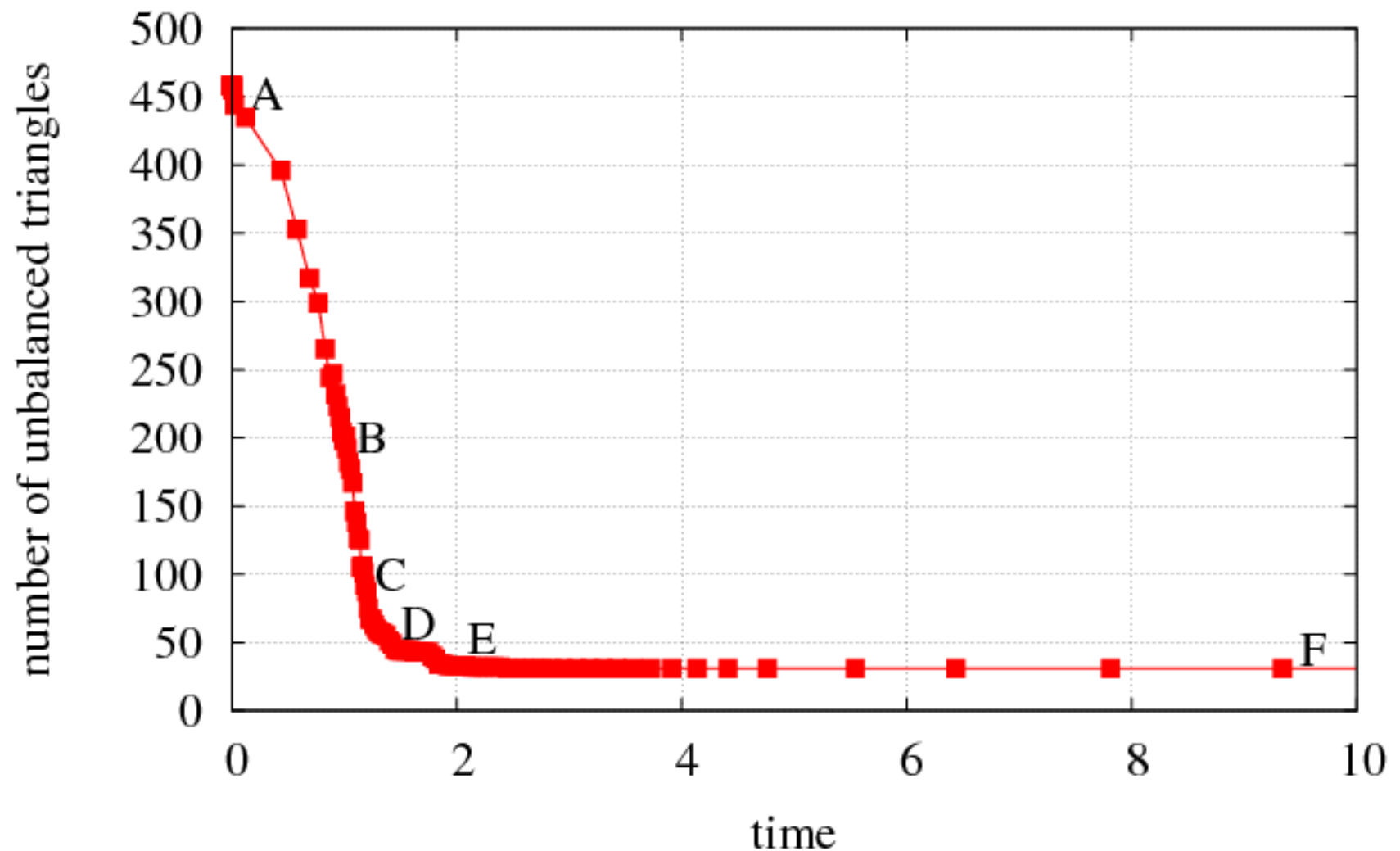
Sieć bezskalowa

Dependence of the mean number of the clusters on the network connectivity.

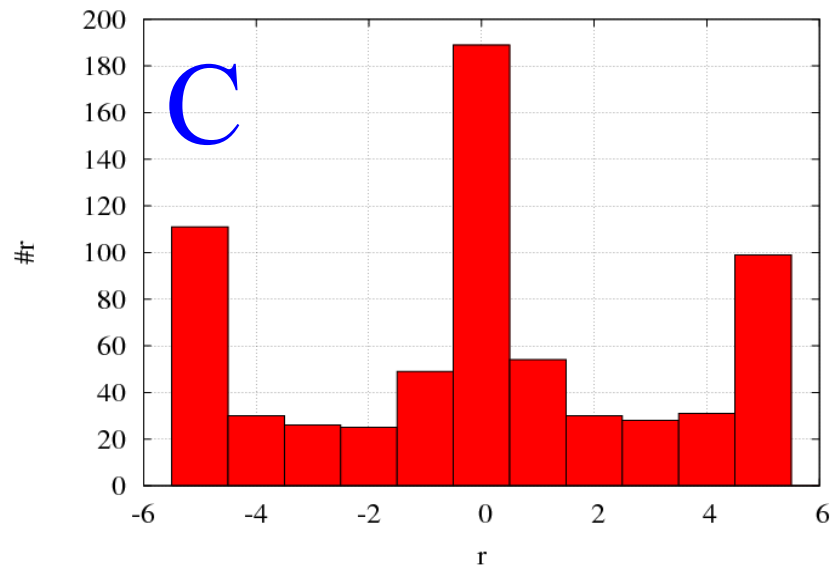
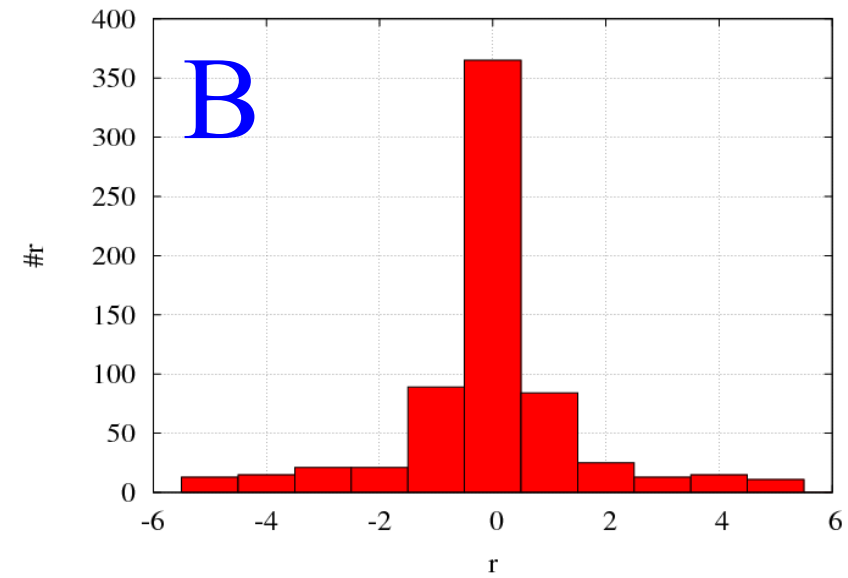
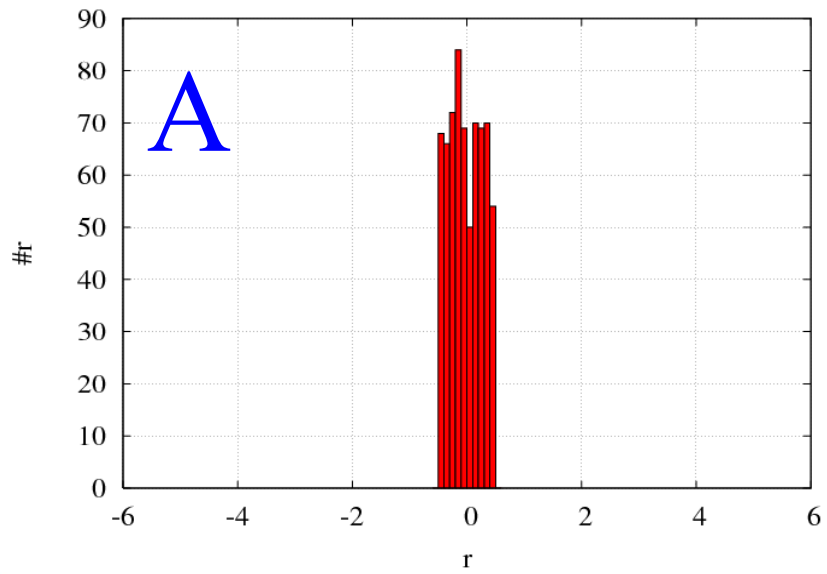


Ewolucja układu w czasie – sieć bezskalowa

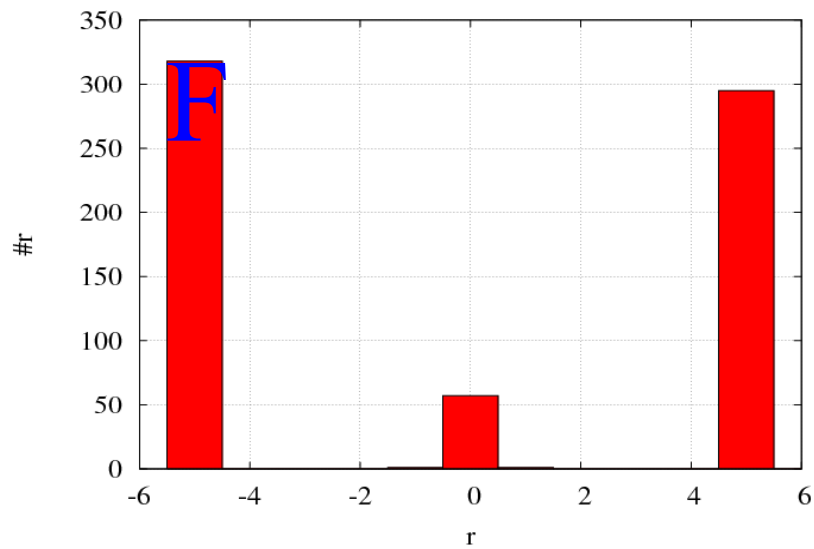
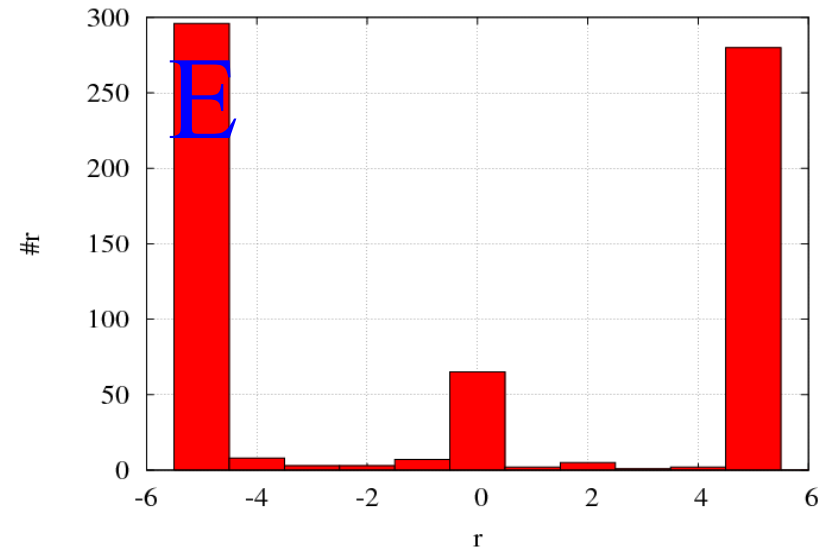
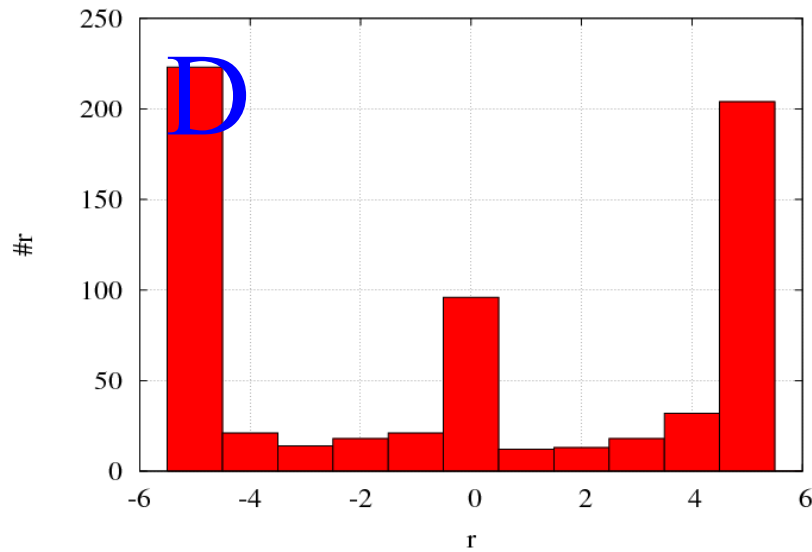
The number of unbalanced triangles of nearest neighbours (i,j,k) against time.



Polaryzacja opinii – sieć bezskalowa



Polaryzacja opinii – sieć bezskalowa



Kobiety z Południa

Linton C. Freeman in R. Breiger, K. Carley and P. Pattison (Eds.), Dynamic Social Network Modeling and Analysis, Washington D. C., The National Academic Press, 2003

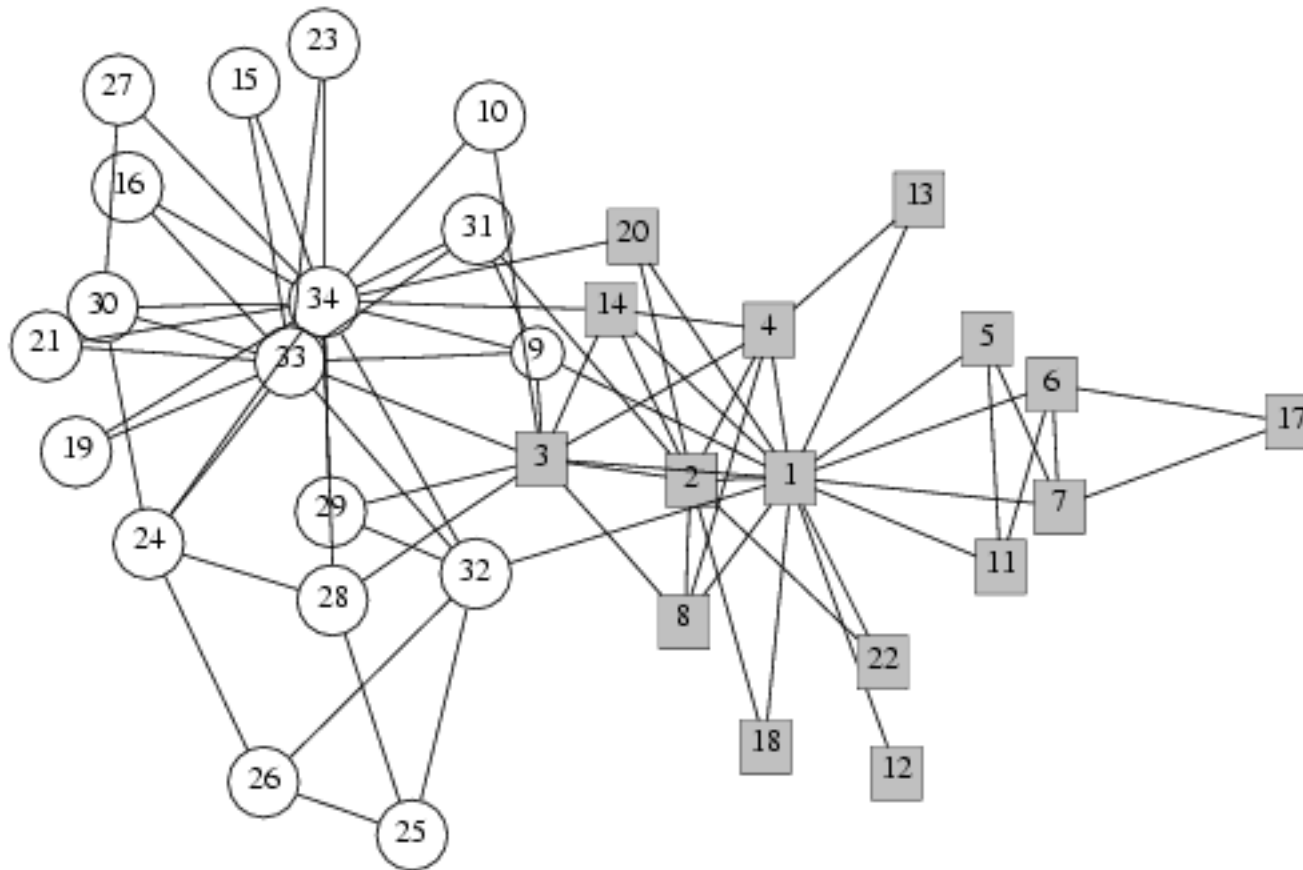
NAMES OF PARTICIPANTS OF GROUP I	CODE NUMBERS AND DATES OF SOCIAL EVENTS REPORTED IN <i>Old City Herald</i>													
	(1) 6/27	(2) 3/2	(3) 4/12	(4) 9/26	(5) 2/25	(6) 5/19	(7) 3/15	(8) 9/16	(9) 4/8	(10) 6/10	(11) 2/23	(12) 4/7	(13) 11/21	(14) 8/3
1. Mrs. Evelyn Jefferson.....	X	X	X	X	X	X	X	X
2. Miss Laura Mandeville.....	X	X	X	X	X	X	X
3. Miss Theresa Anderson.....	X	X	X	X	X	X	X
4. Miss Brenda Rogers.....	X	X	X	X	X	X	X
5. Miss Charlotte McDowd.....	X	X	X	X
6. Miss Frances Anderson.....	X	X	X	X
7. Miss Eleanor Nye.....	X	X	X
8. Miss Pearl Oglethorpe.....	X	X	X
9. Miss Ruth DeSand.....	X	X	X	X
10. Miss Verne Sanderson.....	X	X	X	X
11. Miss Myra Liddell.....	X	X	X	X
12. Miss Katherine Rogers.....	X	X	X	X	X	X
13. Mrs. Sylvia Avondale.....	X	X	X	X	X	X	X
14. Mrs. Nora Fayette.....	X	X	X	X	X	X	X	X
15. Mrs. Helen Lloyd.....	X	X	X	X	X
16. Mrs. Dorothy Murchison.....	X	X
17. Mrs. Olivia Carleton.....	X	X
18. Mrs. Flora Price.....	X	X

- Model równowagi Heidera generuje podział na dwie grupy (1–9) i (10–18) – maksymalny indeks Freemana (0.968).



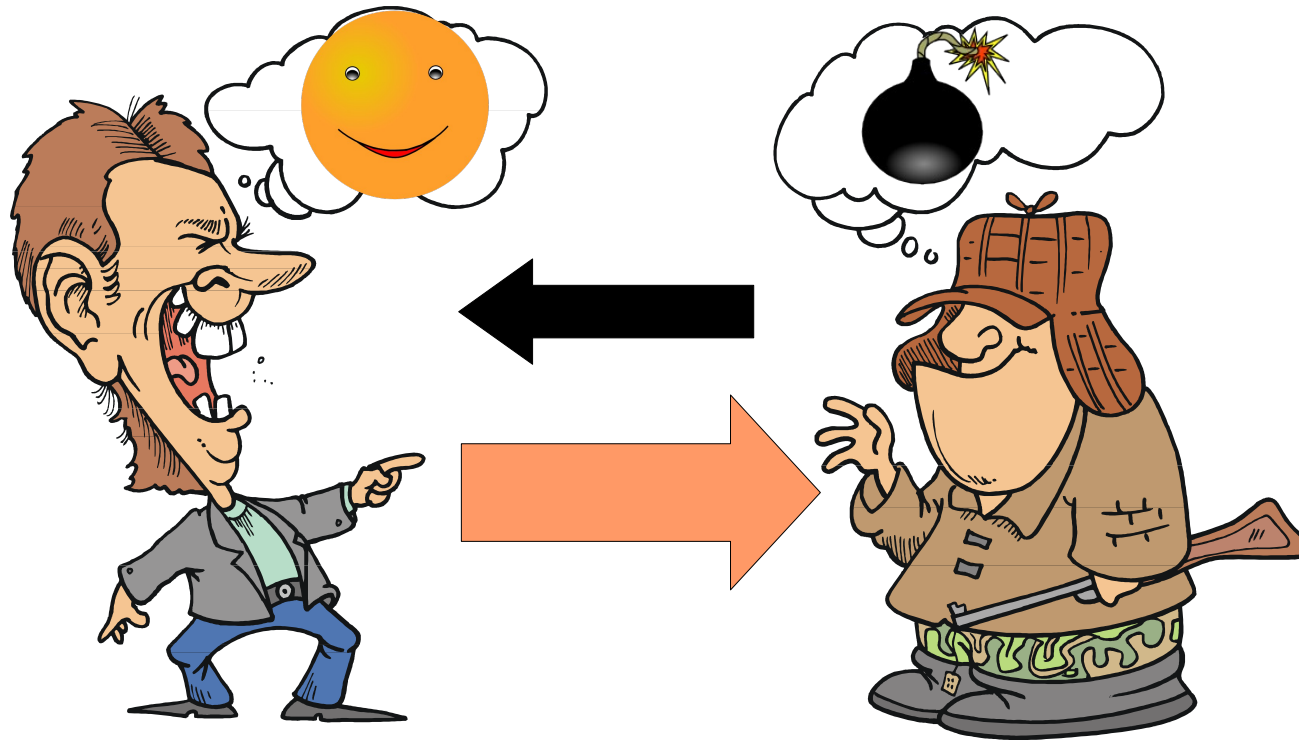
Klub karate - Zachary -

<http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/data/UciNet/UciData.htm#zachary>



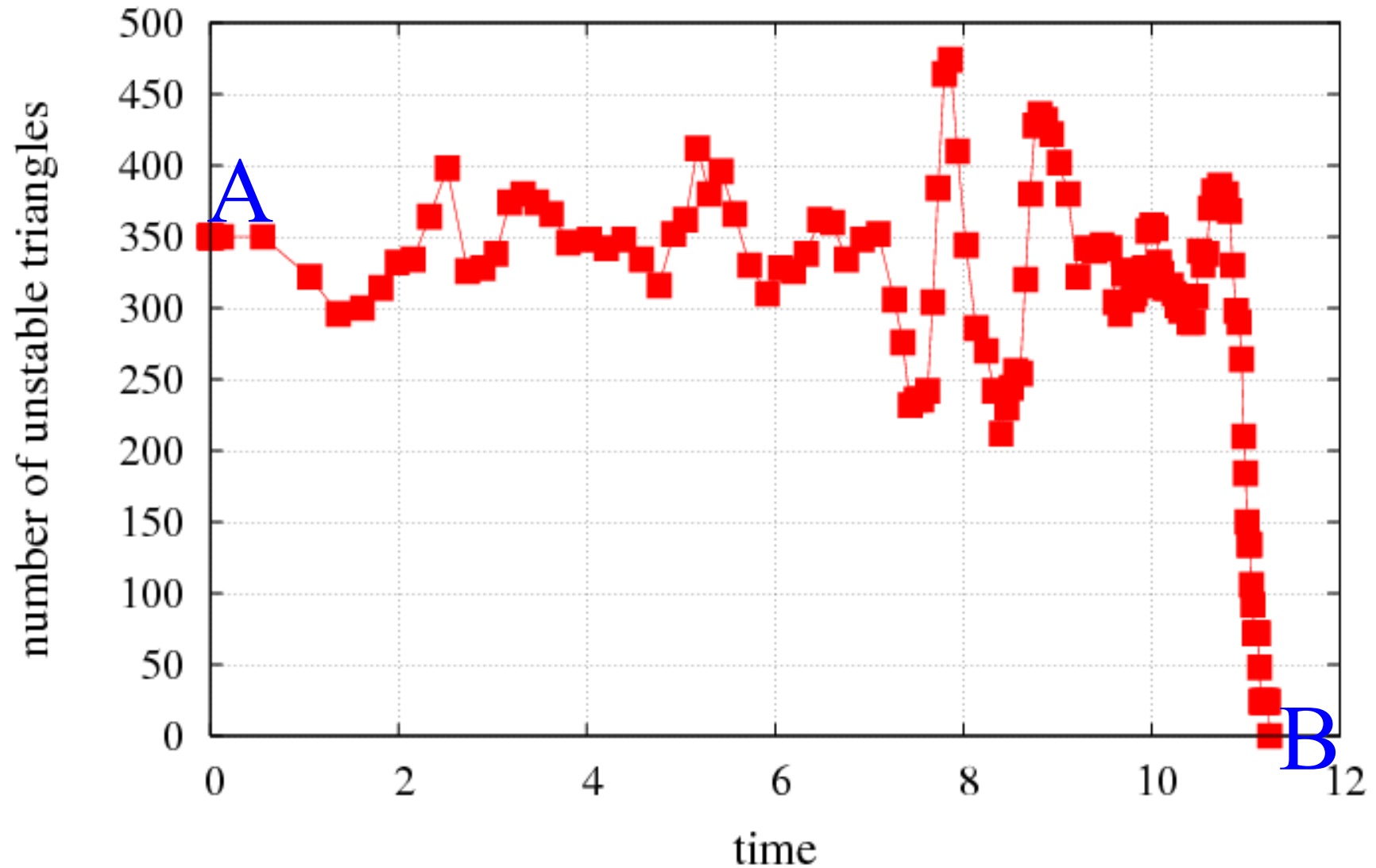
- Podział wygenerowany przez model równowagi Heidera, jest dokładnie taki sam jak rzeczywisty podział zaobserwowany przez W. Zacharego.

Czy nasze relacje są zawsze symetryczne?

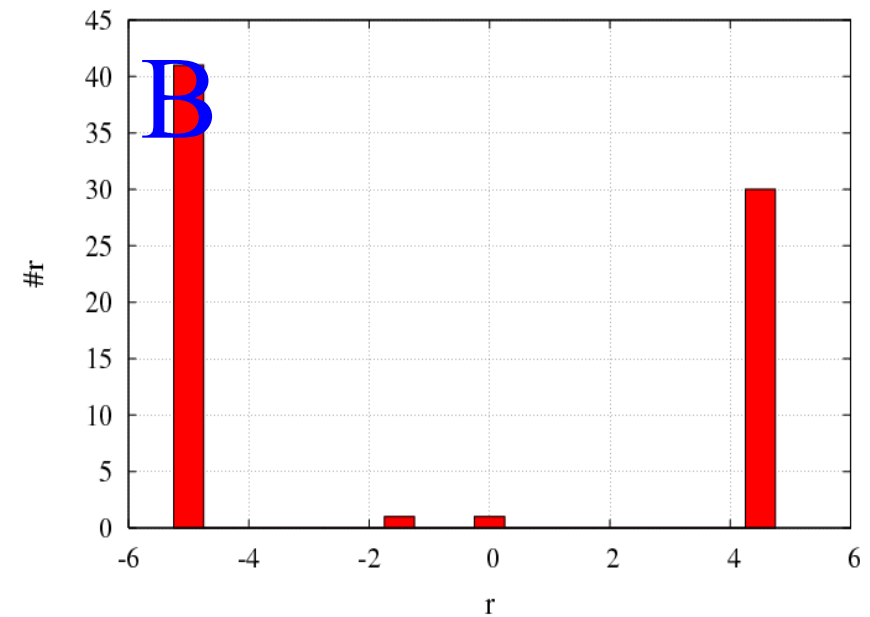
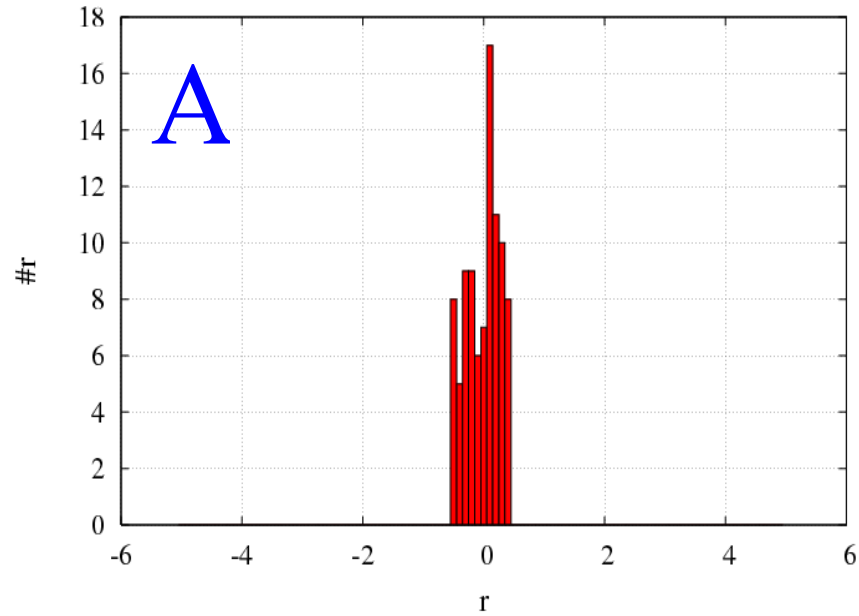


Ewolucja układu w czasie – sieć w pełni połączona, dopuszczalne relacje niesymetryczne

Distance from HB as a number of triangles, against time, for one initial distribution of r_{ij} , $N=10$

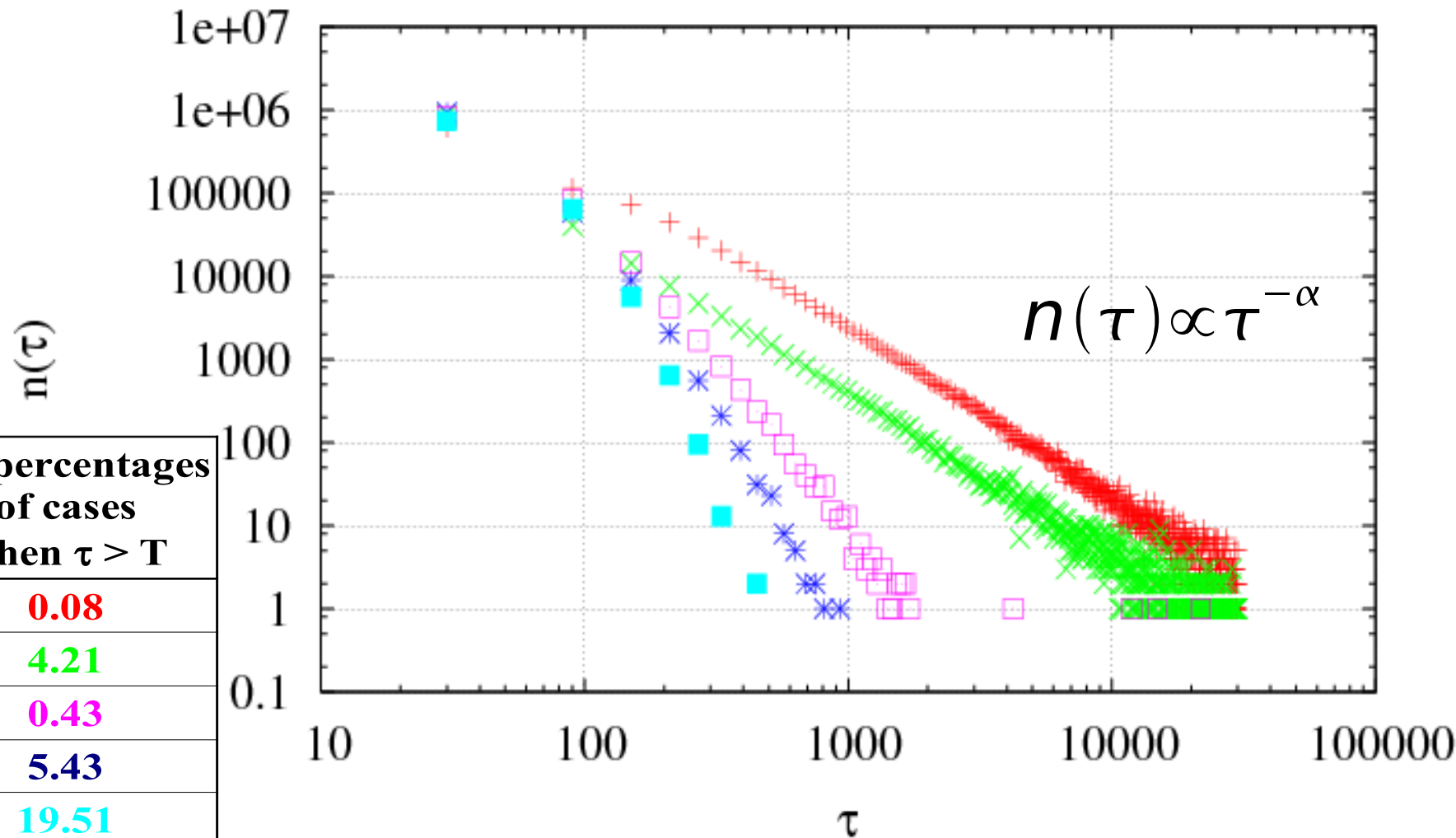


Polaryzacja opinii – sieć w pełni połączona, dopuszczalne relacje niesymetryczne



Histogram czasów dojścia do HB, $R=10^4$, $t=3 \cdot 10^4$, statystyka = 10^6 .

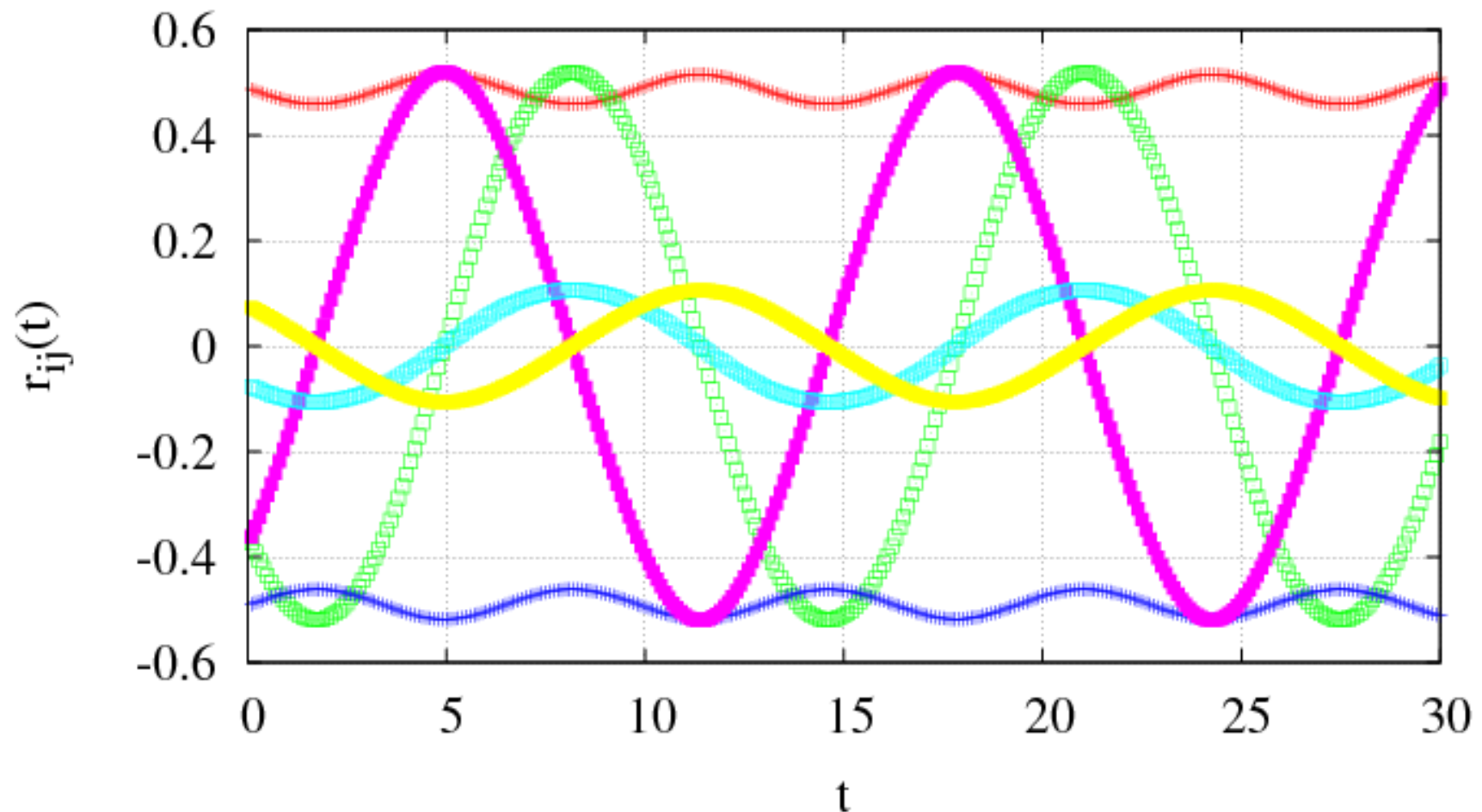
The histograms of the time τ when the balance is attained, for various numbers N of nodes:
 $N=3,4,6,5,7$ from right to left.



N	α	the percentages of cases when $\tau > T$
3	2.07	0.08
4	1.83	4.21
5	4.4	0.43
6	3.07	5.43
7	5.01	19.51

Typowa zależność $r_{ij}(t)$ dla przypadków gdy równowaga nie została osiągnięta w czasie $\tau < T$.

A long-living behaviour of trajectories r_{ij} for $N=3$.
There, r_{23} and r_{32} preserve their opposite signs.
Four other r 's oscillate, two with the same phase
and two with opposite phases.



Typowa transformata Fouriera dla przypadków gdy równowaga nie została osiągnięta w czasie $\tau < T$. $N=3$.

$$\cdot$$

$$r_{12} = r_{13} r_{32}$$

$$\cdot$$

$$r_{21} = r_{23} r_{31}$$

$$\cdot$$

$$r_{13} = r_{12} r_{23}$$

$$\cdot$$

$$r_{31} = r_{32} r_{21}$$

$$\cdot$$

$$r_{23} = r_{21} r_{13}$$

$$\cdot$$

$$r_{32} = r_{31} r_{12}$$

$$r_{23} = -r_{32} = \omega$$

$$r_{ij} = a_{ij} \in \cos(\omega t), \text{ for } i, j = 1, 2$$

$$r_{ij} = a_{ij} \in \sin(\omega t), \text{ for } i, j = 1, 3$$

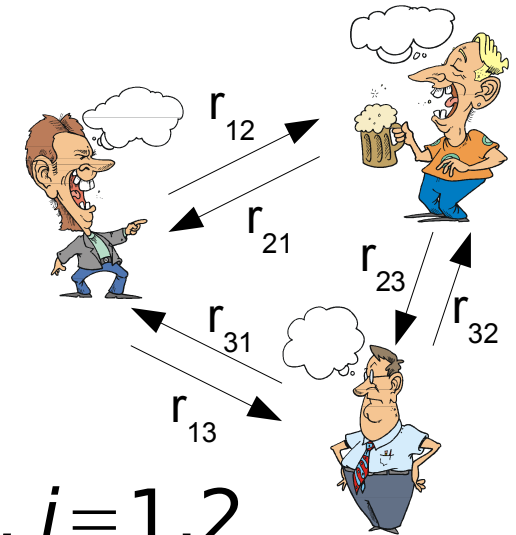
$$a_{12} = a_{13}$$

$$a_{21} = -a_{31}$$

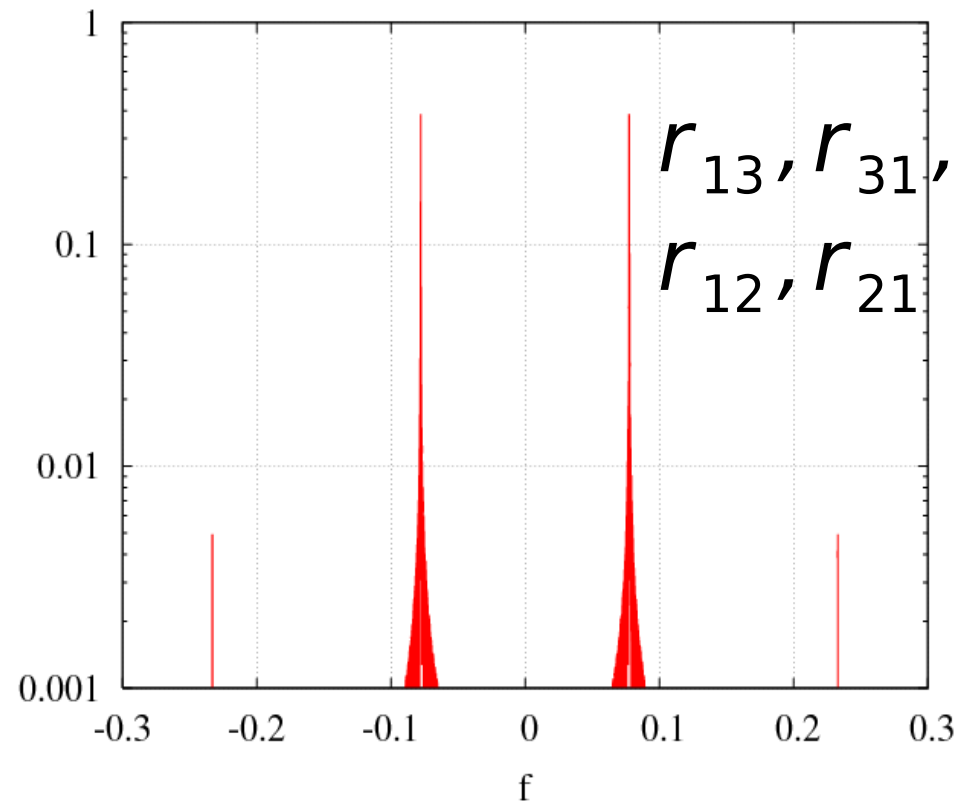
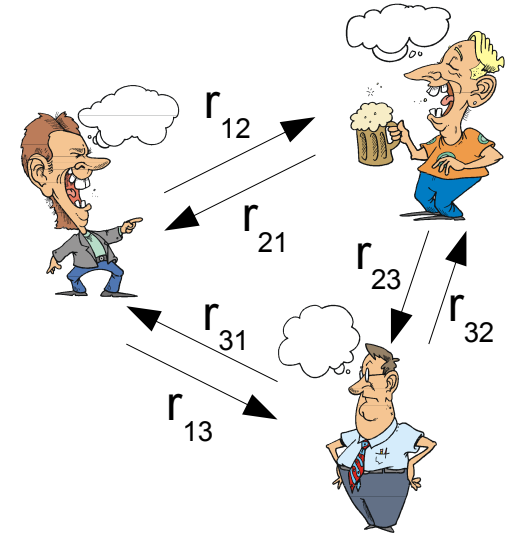
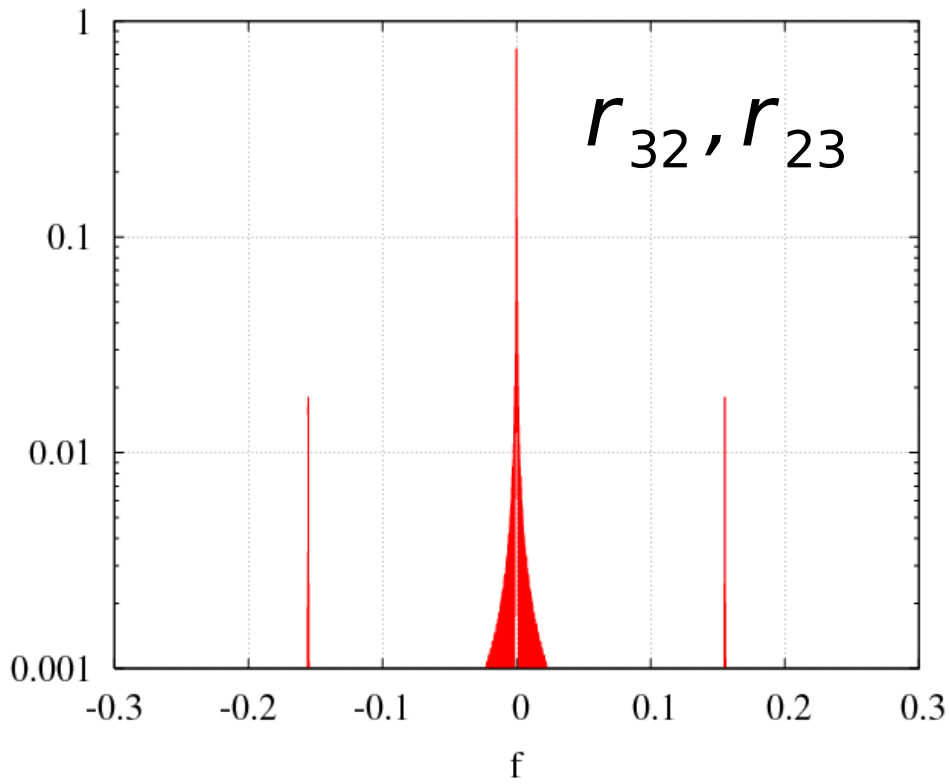
$$\text{sign}(a_{12}) = \text{sign}(a_{12}) \wedge \text{sign}(a_{13}) = -\text{sign}(a_{31})$$

∨

$$\text{sign}(a_{12}) = -\text{sign}(a_{12}) \wedge \text{sign}(a_{13}) = \text{sign}(a_{31})$$



Typowa transformata Fouriera dla przypadków gdy równowaga nie została osiągnięta w czasie $\tau < T$. $N=3$.



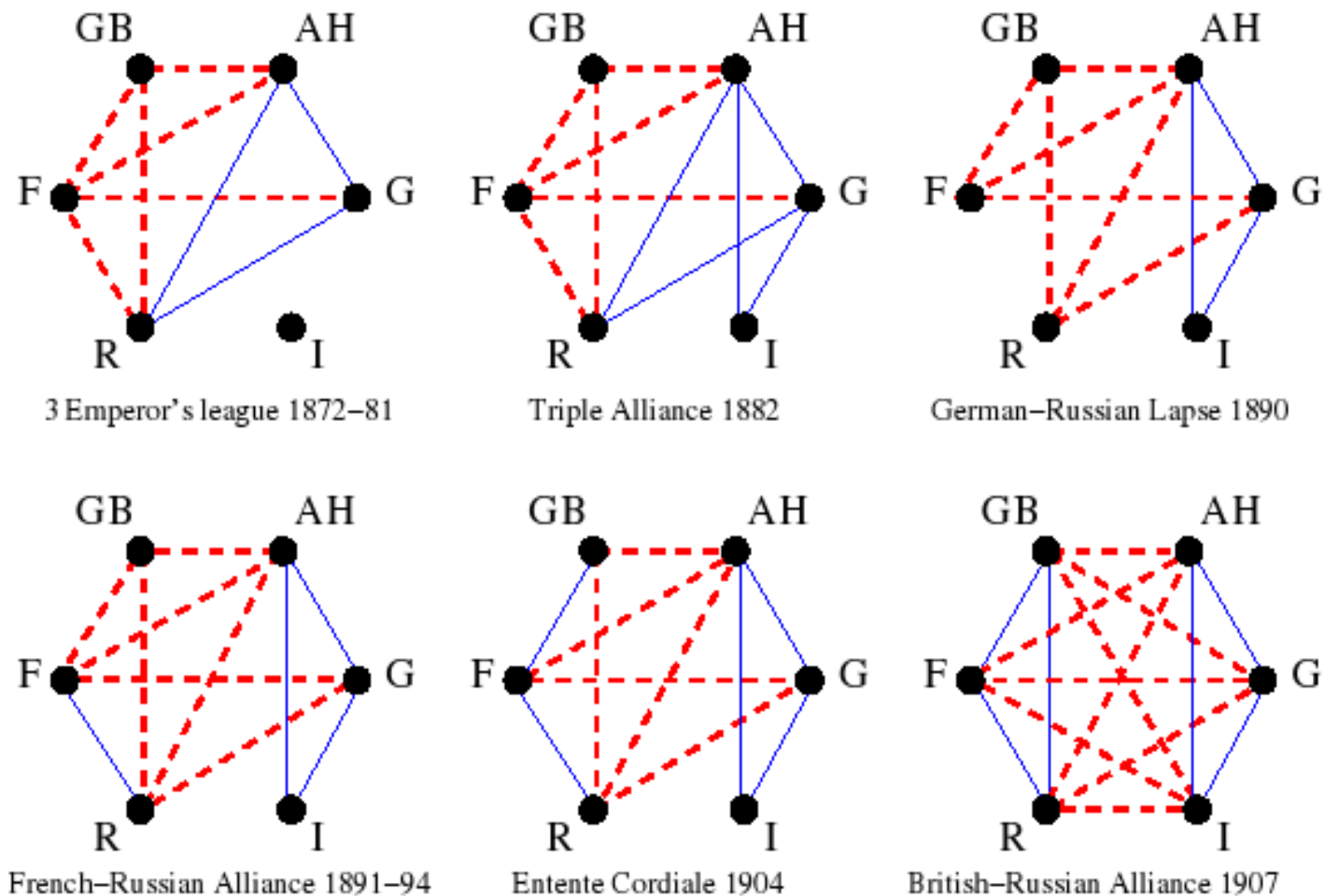


Fig. 10. Evolution of the major relationship changes between the protagonists of World War I from 1872–1907. Here GB = Great Britain, AH = Austria-Hungary, G = Germany, I = Italy, R = Russia, and F = France.

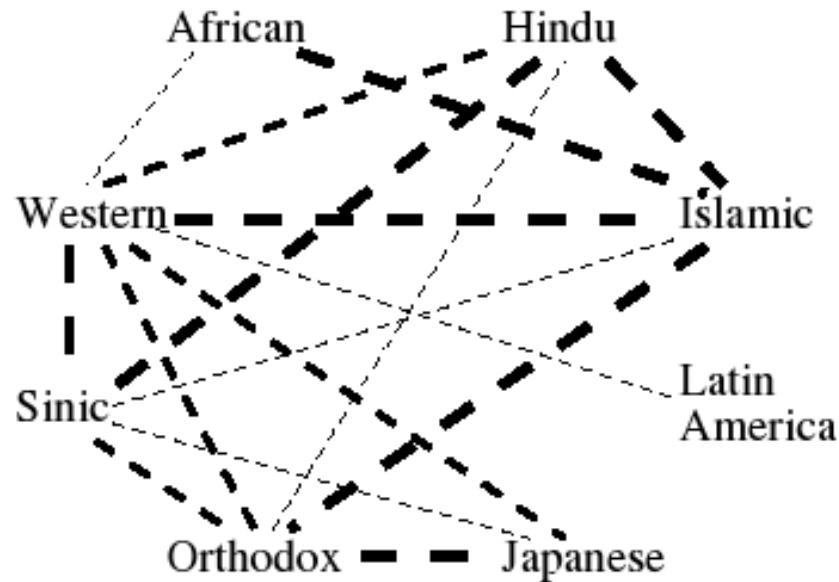


Fig. 11. Emerging conflicting relationships among major cultures as predicted by Huntington in 1996. Thicker dashed lines represent stronger conflict. This figure is a reproduction from the Wikipedia article on “Clash of Civilizations”, Ref. [20].

Spis publikacji

- K.Kułakowski, P.Gawroński, P.Gronek, *The Heider balance – a continuous approach*, *Int. J. Mod. Phys. C* **16** (2005) 707
- P.Gawroński, P.Gronek, K.Kułakowski, *The Heider balance and social distance*, *Acta Phys. Pol. B.* **36** (2005) 2549
- P.Gawroński and K.Kułakowski, *Heider balance in human networks*, Proceedings of 8th Granada Seminar, Eds. P. Garrido, J. Marro and M. A. Munoz, AIP Conf. Proc. 779, Melville, NY, 2005, p. 93
- P.Gawroński and K.Kułakowski, *A numerical trip to social psychology: long-living states of cognitive dissonance*, in print in LNCS (2007).