DODATEK C

WYZNACZANIE CZASU ROZDDZIELCZEGO UKLADÓW
METODA KOINCYDENCJI PRZYPADKOWYCH

Bardzo rozpowszechniona w radiometrii metoda wyznaczania czasu rozdzielczego τ_r ukladów koincydencyjnych jest tak zwana *metoda koincydencji przypadkowych*. Jest ona oparta na wiekszym od zera prawdopodobienstwie wspólczesnosci impulsów pochodzacych od róznych, wzajemnie niezaleznych ciagów stochastycznych. Calkowita niezaleznosc *genetyczna* (zródlowa) tych ciagów dala asumpt do nadania zdarzeniom koincydentnym miana *koincydencji przypadkowych*. W przypadku *m*-kanalowego ukladu koincydencyjnego o czasie rozdzielczym τ_r oraz srednich wartosciach czestosci zliczen równych odpowiednio n_1, $n_2, ..., n_m$ czestotliwosc koincydencji przypadkowych $n_{KP}^{(m)}$ okreslona jest znana formula

$$n_{KP}^{(m)} \;=\; m\, n_1\, n_2 \,.......\, n_m\; t_r^{(m-1)} \qquad \text{(C.1)}$$

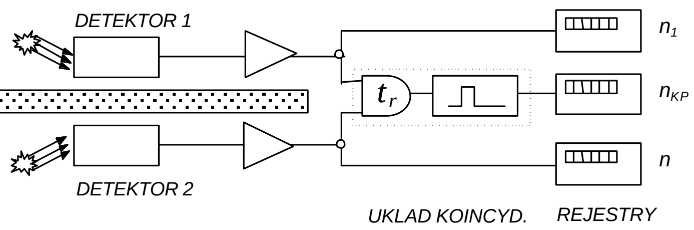
Dla najczesciej spotykanego w praktyce ukladu dwukanalowego (m = 2) sprowadza sie ona do prostej postaci.

$$n_{KP}^{(2)} \;=\; 2\, t_r\, n_1\, n_2 \qquad \text{(C.2)}$$

pozwalajacej przy pomierzonych wartosciach czestosci zliczen $(\, n_{KP}^{(2)},\, n_1 \; i \; n_2 \,)$ wyznaczyc szukana wartosc czasu rozdzielczego

$$t_r \;=\; \frac{n_{KP}^{(2)}}{2\, n_1\, n_2} \qquad \text{(C.3)}$$

Rysunek C1 ilustruje schematycznie sluzacy temu celowi uklad pomiarowy. Zawiera on dwa wzajemnie ekranowane radiacyjnie (wzglednie dostatecznie odlegle) detektory promieniowania z przynaleznymi radio-emiterami, wzmacniacze ksztaltujace, badany uklad koincydencyjny oraz zespól rejestrów (przeliczników) rejestrujacych liczby impulsów w zalozonym interwale akumulacji.

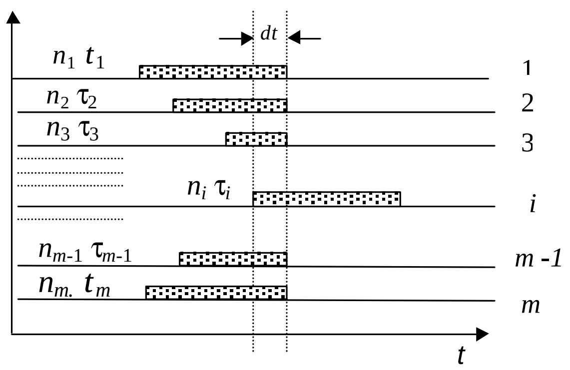


Rys. C1. Schemat blokowy zestawu do pomiaru czasu rozdzielczego ukladu koincydencyjnego

W konfiguracji tej posluzono sie fizycznymi generatorami ciagów impulsów przypadkowych (zródlo promieniotwórcze + detektor) i w takim wlasnie zestawie dokonywany jest pomiar czasu rozdzielczego ukladu koincydencyjnego w ramach cwiczen w Laboratorium Radiometrii WFiTJ. Wylacznie aparaturowa alternatywe stanowic moze uklad z dwoma niezaleznymi elektronicznymi generatorami impulsów o losowym rozkladzie czasowym.

Formula (C.1) wywodzi sie z ogólniejszej zaleznosci wyprowadzonej dla zespolu m stochastycznych ciagów impulsów o srednich czestosciach zliczen n_k i róznych rozciaglosciach czasowych τ_k (dla k=1 ....., m). Ponizej przytoczono (za Kozodajewem) sposób wyprowadzenia tej zaleznosci.

Zgodnie z terminologia radiometrycznych pomiarów koincydencyjnych poszczególne ciagi impulsów bedziemy wiazac z *kanalem pomiarowym*; stad wiec indeks k okreslac bedzie numer kanalu. Na rysunku C2 przedstawiono pogladowo usytuowanie na osi czasu impulsów (przynaleznych do rozwazanych ciagów) spelniajacych warunek m-krotnej koincydencji.



Rys. C2. Diagramy usytuowania impulsów spelniajacych warunek koincydencji

Wydzielmy na tej osi czasu maly interwal dt, wielokrotnie mniejszy od najmniejszego sposród wartosci τ_k i spróbujmy wyznaczyc prawdopodobienstwo zaistnienia na nim pelnej (m-krotnej) koincydencji impulsów. Zauwazmy, ze dla dowolnie wybranego (i-tego) kanalu prawdopodobienstwo pojawienia sie w tym interwale (dt) poczatku jednego z im-pulsów ciagu wynosi

$$p_i = n_i \, dt \tag{C.4}$$

Przypomniec tez wypada, ze celem radiometrycznych pomiarów koincydencyjnych jest w istocie pomiar *równoczesnosci zdarzen* (aktów detekcji promieniowania) generujacych ciag impulsów elektrycznych. Oznacza to, ze informacja o momencie zaistnienia zdarzenia zawarta jest w czole generowanego impulsu. W konsekwencji na to, aby zaszla *koincydencja zdarzen* w pozostalych (oprócz i-tego) kanalach, poczatki impulsów winny sie miescic odpowiednio w obrebie zaznaczonych (na lewo od dt) na rysunku C2 interwalów $\tau_1,\tau_2,\tau_3,....,\tau_m$.

Z kolei, prawdopodobienstwo tego, aby w odpowiadajacym k-temu kanalowi interwale τ_k pojawilo sie czolo impulsu wynosi

$$p_k = 1 - e^{-t_k n_k} \tag{C.5}$$

W praktyce z reguly zachodzi nierównosc $\tau_k\ n_k\ \Lambda\ 1$, wobec czego wyrazenie (C.5) sprowadza sie do prostszej postaci

$$1 - \exp(-\tau_k\, n_k) \ = \ t_k\, n_k \qquad (C.6)$$

Prawdopodobienstwo pojawienia sie poczatku impulsu i-tego kanalu w zadanym interwale dt w przypadku, gdy we wszystkich pozostalych kanalach czola impulsów mieszcza sie odpowiednio w interwalach $\tau_1, \tau_2, \tau_3,$ ....., τ_m okresla zatem iloczyn prawdopodobienstw

$$n_i\, dt \prod_{k \alpha i} t_k\, n_k = \frac{dt}{t_i} \prod_{k=1}^{m} t_k\, n_k \qquad (C.7)$$

Analogiczna relacja zachodzi w sytuacji gdy w miejsce i-tego kanalu przyjac dowolny inny kanal systemu koincydencyjnego. Wszystkie te *konkurencyjne* przypadki determinuja addytywnie laczne (cakowite) prawdopodobienstwo p_S zaistnienia w wybranym dowolnie przedziale czasu dt pelnej (we wszystkich m kanalach) koincydencji. Wyraza je formula

$$p_\Sigma = \lambda_{i=1}^{m} \frac{dt}{t_i} \prod_{k=1}^{m} t_k\, n_k = dt\, \lambda_{i=1}^{m} \frac{1}{t_i} \prod_{k=1}^{m} t_k\, n_k \qquad (C.8)$$

Prawdopodobienstwo to wyrazone w relacji do sredniej liczby koincydencji przypadkowych $n_{KP}^{(m)}$ przybiera postac

$$p_\Sigma = n_{KP}^{(m)}\, dt \qquad (C.9)$$

Na tej podstawie mozemy napisac

$$n_{KP}^{(m)} = \prod_{k=1}^{m} t_k\, n_k\ \lambda_i \frac{1}{t_i} = \left(\prod_{k=1}^{m} t_k\ \lambda_i \frac{1}{t_i} \right) \prod_k n_k \qquad (C.10)$$

W szczególnym przypadku, gdy dlugosci impulsów (równoznaczne z czasami rozdzielczymi poszczególnych kanalów) sa jednakowe i wynosza τ, formula powyzsza sprowadza sie do postaci

$$n_{KP}^{(m)} = m\, t^{(m-1)} \prod_{k=1}^{m} n_k \qquad (C.11)$$

odpowiadajacej tozsamosciowo formule (C.1).

Literatura

[1] Kalasznikowa W.I., Kozodajew M.S.: *Detektory elementarnych czastic (Ekspierimientalnyje mietody jadiernoj fiziki*. Kozodajew M.S. (red.) Moskwa, izd. „Nauka" 1966

[2] Liwszic A.P.: *O wierojatnosti n-sowpadienija*. Radiotiechnika i elektronika, T. II, nr 8, 1957, 947

[3] Sieliakin N.M.: *Elementy tieorii sluczajnych potokow*. Moskwa, Sowietskoje Radio 1965