

## A-1. Linia długa (opóźniająca)

wersja 06'2020

### 1. Zakres ćwiczenia

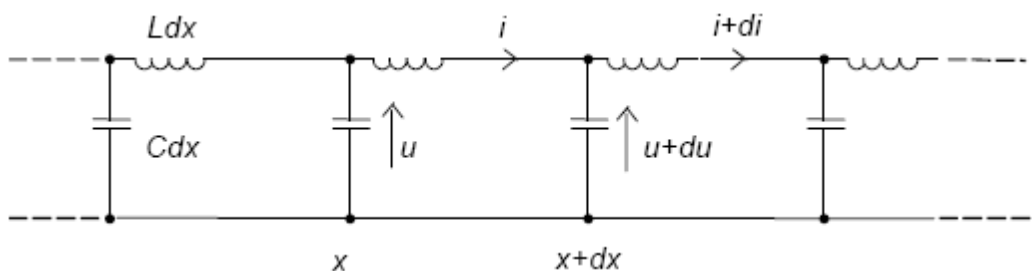
Temat obejmuje zbadanie modelu linii długiej oraz odcinka kabla koncentrycznego w aspekcie przesyłania sygnałów elektrycznych, a także zastosowanie sztucznej linii opóźniającej do formowania impulsów.

### 2. Wstęp teoretyczny

#### 2.1. Model linii o parametrach rozłożonych

Rzeczywisty obwód bierny może być dobrze przybliżony układem elementów skupionych  $R, L, C$ , jeżeli zmiany napięć (prądów) są znacznie wolniejsze od propagacji sygnałów między dowolnymi punktami obwodu. Nie zachodzi to na ogół przy przesyłaniu sygnałów na bardzo duże odległości, a w przypadku sygnałów narastających (opadających) bardzo szybko warunek ten może nie być spełniony nawet w obrębie jednego urządzenia (np. typowy czas przełączania układów cyfrowych jest rzędu  $10^{-8}$ s, gdy średnia prędkość propagacji w obwodach drukowanych jest około  $1.5 \cdot 10^8$  m/s, a w typowym kablu koncentrycznym około  $2.5 \cdot 10^8$  m/s). Dlatego rozpatrując transmisję informacji na duże odległości, a także analizując przesyłanie bardzo szybkich sygnałów, stosuje się specjalny model linii długiej, mianowicie model z parametrami rozłożonymi. Jest to nieskończony łańcuch ogniw składających się z elementów  $R, G, L, C$ , odpowiadających pierwotnym parametrom linii: rezystancji, upływności, indukcyjności i pojemności liczonych na jednostkę długości. Wielkości te symbolizują odpowiednio straty energetyczne w przewodniku i izolacji oraz magazynowanie energii magnetycznej i elektrycznej. Taki model tłumaczy zjawiska falowe, które zachodzą w linii rzeczywistej, w tym odbicia sygnału od jej końców (co nie występuje w obwodach o stałych skupionych), i pozwala na określenie tzw. wtórnych parametrów linii: impedancji falowej  $Z_f$  (inaczej: impedancji charakterystycznej), jednostkowego opóźnienia sygnału  $t_0$  oraz jednostkowego tłumienia.

Zwykle wystarcza stosowanie uproszczonego modelu  $LC$ , w którym zaniedbuje się straty cieplne w przewodniku i dielektryku. W takiej bezstratnej linii (rys. 1), impedancję falową zastępuje rezystancja falowa  $R_f$ , nie ma uzależnienia częstotliwościowego (pasmo przenoszenia ma nieskończoną szerokość) i nie występuje tłumienie.



Rys. 1.

Dla takiego modelu zachodzi:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$$

co prowadzi do równań typu falowego, tzw. Równań Telegrafistów (lub po prostu równań telegraficznych):

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2}$$

których rozwiązania są następującymi funkcjami czasu i położenia:

$$u(x,t) = u_1 \left( t - \frac{x}{v} \right) + u_2 \left( t + \frac{x}{v} \right)$$

$$i(x,t) = i_1 \left( t - \frac{x}{v} \right) - i_2 \left( t + \frac{x}{v} \right)$$

W równaniach tych wielkości

$$v = 1/\sqrt{LC} \quad \text{oraz} \quad t_0 = 1/v$$

są odpowiednio **prędkością propagacji fali i opóźnieniem sygnału** na jednostkę długości linii. Rozwiązania powyższe interpretuje się następująco: w każdym punkcie  $x$  linii w chwili  $t$  napięcie (lub prąd) jest superpozycją dwóch fal  $u_1$  oraz  $u_2$  (lub  $i_1$  oraz  $i_2$ ) przemieszczających się wzdłuż łańcucha  $LC$  w przeciwnych kierunkach. Jeśli przyjąć praktyczny przypadek linii o skończonej długości, to ma się do czynienia z superpozycją fali biegnącej od nadajnika do odbiornika i fali od odbiornika do nadajnika, albo, inaczej mówiąc, fali pierwotnej i fali wtórnej (odbitej). Znak minus w drugim równaniu uwzględnia to, że prądy  $i_1$  oraz  $i_2$  płyną w przeciwnych kierunkach. Stosunek napięcia do prądu w określonym punkcie długości i chwili czasu dla fali pierwotnej jest stały i nosi nazwę **rezystancji falowej**:

$$R_f = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

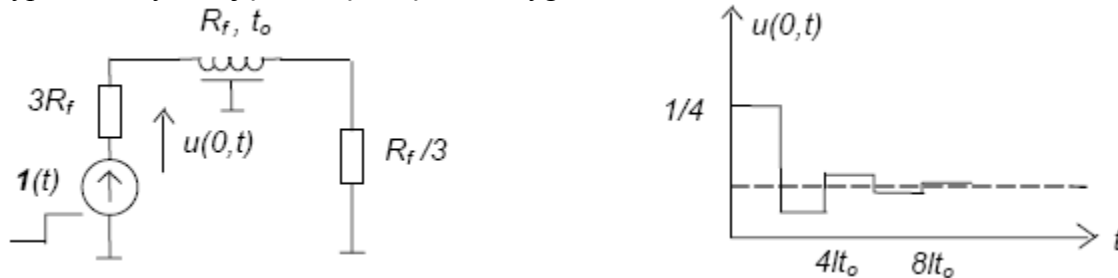
Dla fali odbitej stosunek napięcia i prądu jest równy  $-R_f$ . W przypadku idealnym, gdy nie występują straty, linia przesyłowa nie wnosi zniekształceń amplitudowych i fazowych, podczas gdy w liniach rzeczywistych zniekształcenia takie (zwane zniekształceniami liniowymi) występują i stosunek napięcia do prądu fali pierwotnej w danym punkcie i momencie jest impedancją  $Z_f(j\omega)$ , czyli wielkością zależną od częstotliwości.

## 2.2. Odbicia. Niektóre przypadki szczególne

Jeśli na wejściu linii o długości  $l$  nastąpi zmiana napięcia, to zmianę tę zaobserwuje się na końcu linii dopiero po czasie  $l \cdot t_0$ , kiedy dotrze tam fala pierwotna. W zależności od obciążenia podłączonego do linii energia fali zostanie przez obciążenie pochłonięta w całości, lub tylko w części, lub wcale. Stosunek amplitudy napięcia wewnętrznej fali odbitej na wyjściu do amplitudy wewnętrznej fali padającej (pierwotnej), wyliczony dla końca linii obciążonej rezystancją  $R$ , jest nazywany **współczynnikiem odbicia dla końca linii (na wyjściu)**:

$$\rho = \frac{U_{fala\ odbita}}{U_{fala\ padajaca}} = \frac{R/R_f - 1}{R/R_f + 1} = \frac{R - R_f}{R + R_f}$$

Jeżeli  $R = R_f$  to  $\rho = 0$  i fala odbita nie występuje, a linię nazywa się dopasowaną. W przypadku  $R = 0$ , to jest zwarcia linii na końcu,  $\rho = -1$  i fala napięciowa odbija się z fazą przeciwną; następuje więc wygaszenie fali pierwotnej ( $u_1 + u_2 = 0$ ). Dla linii nieobciążonej, to jest dla  $R \rightarrow \infty$ , współczynnik  $\rho = +1$  i w wyniku superpozycji fal na końcu linii występuje podwojenie sygnału. W przypadkach pośrednich część energii wytraca się w obciążeniu, reszta wraca do linii w postaci fali odbitej. Tak samo jak fala pierwotna na końcu linii, tak również fala wtórna odbija się wewnątrz na początku linii, co zachodzi po czasie  $2 \cdot l \cdot t_0$ , ze **współczynnikiem odbicia na wejściu** wyrażonym jak poprzednio, przy czym  $R$  jest w tym przypadku rezystancją wewnętrzną źródła sygnału.



Rys. 2.

Jeżeli ani odbiornik, ani nadajnik sygnału nie są dopasowane do linii ( $R \neq R_f$ ), to występują odbicia wielokrotne. W przykładzie pokazanym na rys. 2 efekt jest obserwowany na wejściu linii. Przypadek dotyczy sterowania linii jednostkowym skokiem napięcia, przy współczynnikach odbicia na początku i końcu odpowiednio  $+0,5$  oraz  $-0,5$ . Przyczynki do zmiany napięcia na wejściu linii pojawią się co  $2 \cdot l \cdot t_0$ , zaś asymptotyczne, końcowe napięcie na linii wyniesie  $0,1V$ . W stanie ustalonym bowiem zjawiska falowe w linii nie występują, prądy nie płyną i pojemności są naładowane do napięcia wynikającego z wartości rezystancji generatora i obciążenia; przekładnia tego dzielnika napięcia wynosi:  $(R_f/3)/(3R_f + R_f/3)$ .

Jeśli linia ma obciążenie czysto reaktancyjne  $C$  lub  $L$ , to odpowiedź na skok jednostkowy napięcia będzie miała charakter wykładniczy, przy czym stała czasowa będzie zależna od obciążenia i rezystancji falowej, jak na rys. 3. Asymptotami odpowiednio dla obciążenia pojemnościowego i indukcyjnego są  $1$  i  $0$ .

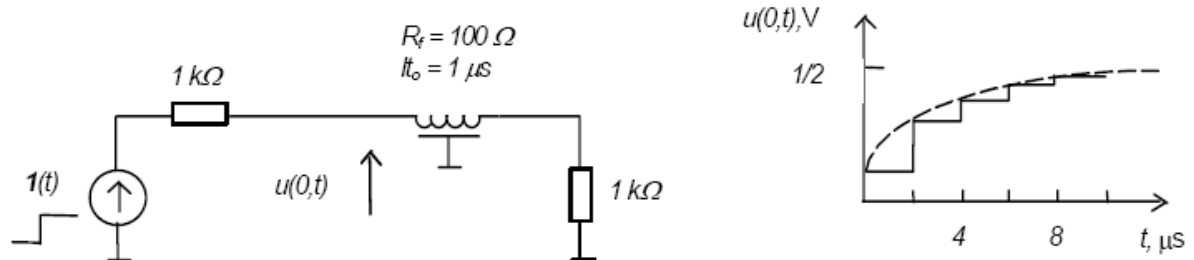


Rys. 3.

Gdy rezystancja wewnętrzna źródła sygnału i rezystancja obciążenia są znacznie większe od  $R_f$ , to w wyniku wielokrotnych odbić odpowiedź jednostkowa jest przebiegiem narastającym schodkowo, o obwiedni przypominającej reakcję przy obciążeniu pojemnościowym, jak to widać na rys. 4. Można mówić wtedy o efekcie pojemnościowym linii niedopasowanej oraz o pewnej „stałej czasowej” obwodu transmisji sygnału, danej zależnością:

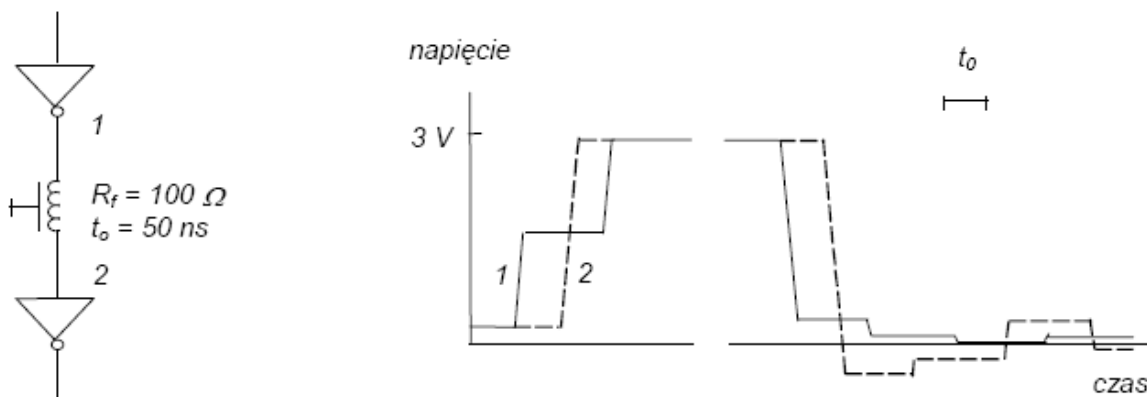
$$\tau = -\frac{2t_0}{\ln(\rho\rho')}$$

gdzie  $\rho$  i  $\rho'$  są współczynnikami odbicia na wyjściu i wejściu linii. Zatem tutaj „pojemność” linii jest zależna od rezystancji źródła sygnału i obciążenia. Jeśli są znacznie większe od  $R_f$ , to ta „pojemność” jest równa pojemności linii na metr wymnożonej przez długość linii, natomiast w przypadku dopasowania spada do zera i pojęcia „stałej czasowej” oraz „pojemności” w odniesieniu do transmisji sygnału tracą sens.



Rys. 4.

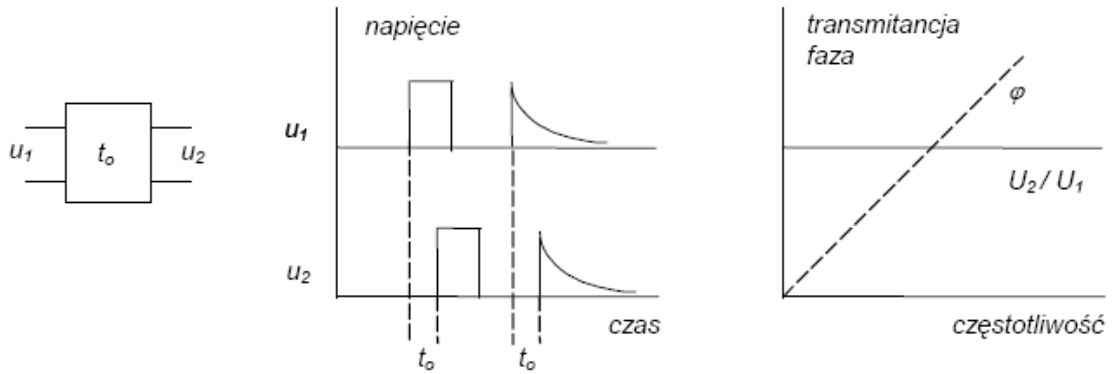
Stosowanie linii w obwodach cyfrowych zwykle odbywa się w warunkach obustronnego niedopasowania; najczęściej występuje nieliniowe obciążenie i dla fali pierwotnej i dla wtórnej. Na ogół rezystancje falowe połączeń mieszczą się w przedziale od 50 do 200 omów. Zniekształcenia sygnałów spowodowane w takich warunkach wielokrotnymi odbiciami mogą prowadzić do błędów już przy połączeniach o długościach decymetrowych, dla których podwójny czas opóźnienia bywa większy od czasu narastania (opadania) sygnału. W takich przypadkach można wyznaczać odbicia w linii metodą graficzną Bergerona, wykorzystując charakterystyki wejściowe i wyjściowe modułów cyfrowych. Uzyskane tą drogą przebiegi na początku i końcu kabla łączącego bramki logiczne (tutaj inwertery wykonane w technologii TTL) pokazano na rys. 5.



Rys. 5

### 2.3. Sztuczna linia opóźniająca

Idealny czwórnik liniowy wprowadzający kontrolowane opóźnienie sygnału, zwany linią opóźniającą, ma tę własność, że jego charakterystyka amplitudowa jest płaska, zaś fazowa stanowi liniową funkcję częstotliwości - jak to pokazuje rys. 6. Przez  $t_0$  oznaczono na nim całkowity czas opóźnienia (tutaj opóźnienie jednostkowe nie jest użyteczne), natomiast  $U_2/U_1$  jest stosunkiem amplitud sygnałów.

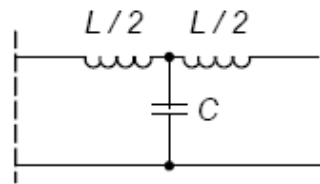


Rys. 6.

Stosowanie w roli elementu opóźniającego linii o parametrach rozłożonych, na przykład kabla koncentrycznego, jest niepraktyczne ze względu na małe opóźnienie jednostkowe, rzędu  $10^{-8}$ s/m. Dlatego buduje się sztuczne linie opóźniające, złożone zwykle z kilkudziesięciu ogniw LC, które pozwalają uzyskać szeroki zakres opóźnień i rezystancji falowych. Elementarne ogniwo takiej linii można rozważyć jako czysto reaktancyjny czwórnik typu T o częstotliwości granicznej  $f_g$  (rys. 7).

$$f_g = \frac{1.1}{\pi \cdot t_r}$$

gdzie:  $t_r$  jest czasem narastania odpowiedzi czwórnik na skok jednostkowy wejścia.



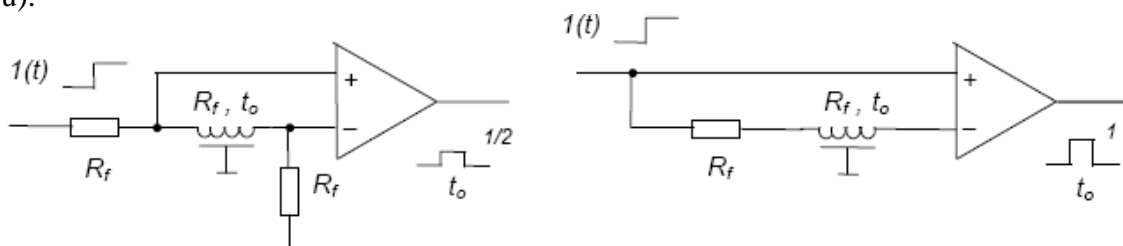
Rys. 7.

Przy założeniu, że widmo częstotliwościowe sygnału ogranicza się do wartości znacznie niższych od  $f_g$  oraz że w łańcuchu występuje  $n$  ogniw, otrzymuje się następujące wyrażenia na czas narastania odpowiedzi jednostkowej, czas opóźnienia i rezystancję falową:

$$t_r = 1.1n^{1/3}\sqrt{LC} \qquad t_0 = n\sqrt{LC} \qquad R_f = \sqrt{L/C}$$

### 2.4. Formowanie impulsów

Linie opóźniające bywają stosowane do formowania impulsów, często w układach ze wzmacniaczami operacyjnymi. Można w tym celu wykorzystać efekt superpozycji fal pierwotnej i wtórnej dla linii na końcu zwartej lub otwartej, przy dopasowaniu źródła sygnału - jak w przykładach z rys. 8. Obydwa układy wytwarzają krótki sygnał, o czasie trwania równym opóźnieniu linii, informujący o zmianie poziomu napięcia na wejściu (tzw. znacznik czasu).



Rys. 8.

### 3. Program ćwiczenia

- 3.1. Z badać przesyłanie impulsów prostokątnych przez linię długą posługując się modelem utworzonym z 50 ogniw indukcyjno-pojemnościowych ( $L = 100 \mu H$ ,  $C = 100 pF$ ) - rys. 9. Policzyc całkowite opóźnienie  $t_o$  oraz rezystancję falową  $R_f$  (parametry te są liczone przy idealizującym założeniu bezstratności linii). Sterując model impulsem prostokątnym o czasie trwania nie większym od opóźnienia linii (np. **Function: Pulse, f=10kHz, Pulse\_Width=3-4 $\mu$ s, Pulse\_Leading/Trailing na wartość minimalną, AMP=2V<sub>PP</sub>**), w warunkach dopasowania na wejściu (dobrać na płycie montażowej odpowiedni rezystor), zaobserwować na oscyloskopie i przerysować przebiegi (zrobić zdjęcie) na **początku linii, w środku i na końcu**.

Doświadczenie wykonać kolejno dla trzech charakterystycznych przypadków obciążenia:

- $R = R_f$ ,
- $R = 0$ ,
- $R \rightarrow \infty$ .

Dla pojedynczego przypadku obciążenia należy zestawić w taki sposób układ aby na oscyloskopie jednocześnie obserwować sygnał na początku linii, w środku i na końcu. **Zmierzyć czas opóźnienia  $t_o$  każdego sygnału.**

- 3.2. Zaobserwować efekty spowodowane nieidealnymi własnościami rzeczywistego modelu: zmniejszenie amplitudy (**tłumienie**) oraz spowodowane ograniczonym pasmem przenoszenia - pochylenie zboczy impulsu.

- 3.2.1. Wielkość tłumienia metodą bezpośrednią mierzy się poprzez obserwację amplitudy sygnału na wejściu i wyjściu w warunkach pełnego dopasowania impedancyjnego, przy krótkim impulsie (np. **Function: Pulse, f=10kHz, Pulse\_Width=3-4 $\mu$ s, Pulse\_Leading/Trailing na wartość minimalną, AMP=2V<sub>PP</sub>**).

Alternatywnym rozwiązaniem jest pomiar przebiegu na wejściu linii dopasowanej z przodu i zwartej na końcu - superpozycja fali padającej i odbitej da wartość napięcia różną od zera - właśnie ze względu na tłumienie sygnału przy przejściu przez linię tam i z powrotem.

- 3.2.2. Własności częstotliwościowe można oszacować mierząc czas narastania  $t_r$  impulsu na dopasowanym wejściu oraz wyjściu linii. Preferowane ustawienia sygnału wejściowego: **Function: Pulse, f=10kHz, Pulse\_Width=3-4 $\mu$ s, Pulse\_Leading/Trailing na wartość minimalną, AMP=2V<sub>PP</sub>**. Obserwację poczynić na początku linii, w środku i na końcu.

- 3.3. Z badać na modelu linii przechodzenie impulsu prostokątnego o czasie trwania znacznie większym od opóźnienia (np. **Function: Pulse, f=10kHz, Pulse\_Width=12-23 $\mu$ s, Pulse\_Leading/Trailing na wartość minimalną, AMP=2V<sub>PP</sub>**), przy dopasowaniu na wejściu i kolejno przy obciążeniu:

- $R = 0$ ,
- $R \rightarrow \infty$ .

Dla pojedynczego przypadku obciążenia należy zestawić w taki sposób układ aby na oscyloskopie jednocześnie obserwować sygnał na początku linii, w środku i na końcu. **Zmierzyć czasy opóźnienia  $t_o$  wszystkich zboczy odpowiedzi napięciowej na początku linii, w środku i na końcu.**

- 3.4. Zaobserwować **efekt pojemnościowy** linii, występujący, gdy rezystancja falowa jest znacznie mniejsza od rezystancji na wejściu linii i obciążeniu. Efekt obserwować na

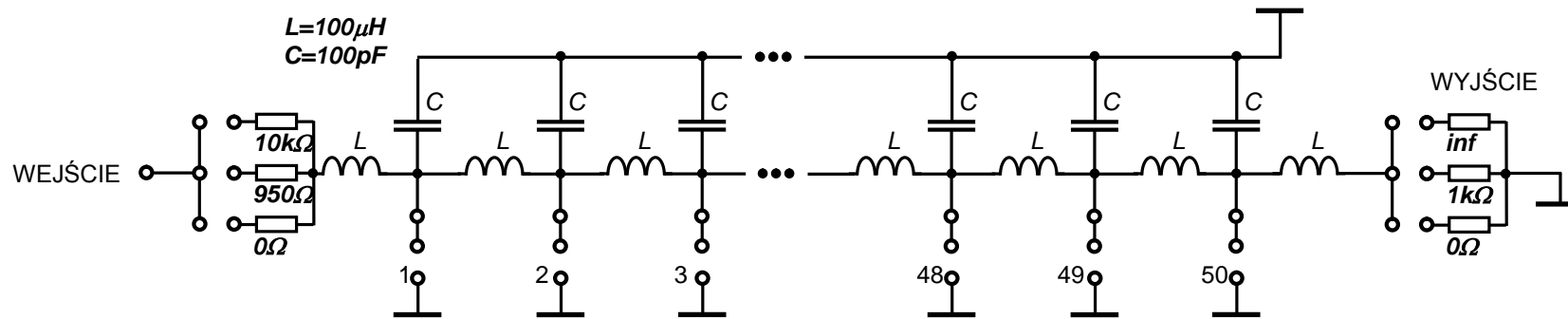
wejściu/wyjściu modelu linii, w zależności od decyzji prowadzącego. Zmierzyć czasy opóźnienia przynajmniej pierwszych trzech zboczy oraz ich poziomy napięć. Po zakończeniu pomiarów wykonać zdjęcie obserwowanego przebiegu. Preferowane ustawienia sygnału wejściowego: **impuls prostokątny (Function: Pulse),  $f=1\text{kHz}$ ,  $AMP=2V_{PP}$ ,  $Pulse\_Width=200\mu\text{s}$ ,  $R_{in}=10\text{k}\Omega$ ,  $R_{out}\rightarrow\infty$ .**

- 3.5. Zbadać transmisję krótkiego impulsu prostokątnego (np. **Function: Pulse,  $f=200\text{kHz}$ ,  $Pulse\_Width=150\text{ns}$ ,  $Pulse\_Leading/Trailing$  na wartość minimalną,  $AMP=2V_{PP}$ ) przez kabel koncentryczny o znanej długości lub znanym opóźnieniu jednostkowym (rys. 10).
  - 3.5.1. Obserwując sygnał napięciowy na wejściu kabla koncentrycznego ( $U_{IN}$ ) dobrać wartość rezystancji potencjometru obciążenia  $R_0$  przy której nie występuje odbicie sygnału na wyjściu linii. Po dobraniu odpowiedniej wartości odłączyć potencjometr  $R_0$  od kabla koncentrycznego i zmierzyć jego wartość rezystancji. Pozostałe pomiary wykonać nie zmieniając rezystancji obciążenia  $R_0$ .
  - 3.5.2. Po wyznaczeniu rezystancji falowej i dopasowaniu rezystancji obciążenia do danego egzemplarza kabla koncentrycznego **zmierzyć: czas opóźnienia  $t_o$ , amplitudy i czasy narastania  $t_r$**  sygnałów na wejściu oraz wyjściu kabla.
  - 3.5.3. Na podstawie dokonanych pomiarów wyznaczyć: tłumienie, częstotliwość graniczną pasma przenoszenia oraz w zależności od badanego egzemplarza kabla jego długość lub opóźnienie jednostkowe (tj. opóźnienie na metr długości kabla). Dodatkowo traktując w przybliżeniu kabel jak linię bezstratną **obliczyć jednostkową pojemność i indukcyjność.****

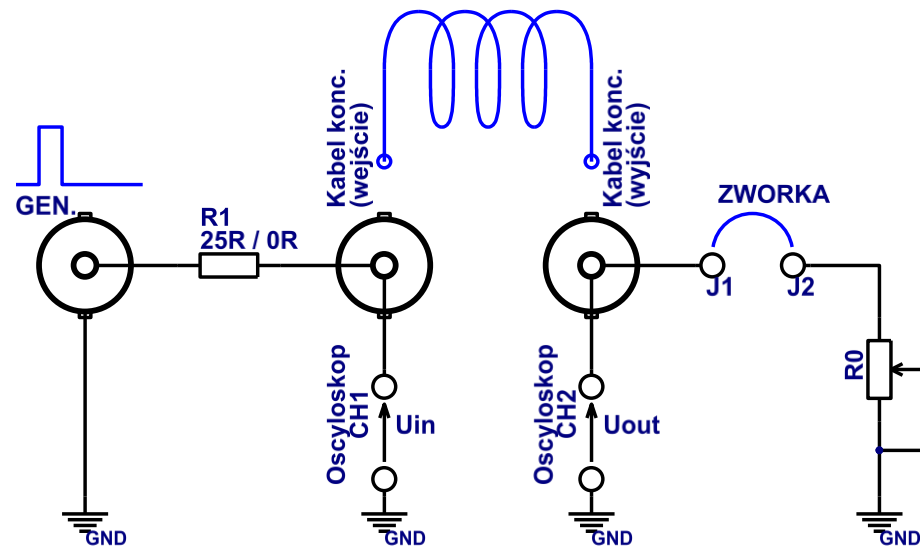
## Literatura

- Łakomy M., Zabrodzki J., *Cyfrowe układy scalone*.  
Korbel K., *Elektronika jądrowa, cz.I*, skrypt AGH, 878  
Kohonen T., *Elementy i układy elektronicznych maszyn cyfrowych*.

Schemat poglądowy płytek PCB wykorzystywanych w ćwiczeniu **Linia długa**:



Rys. 9.



Rys. 10.