

## A-4. Filtry aktywne RC

wersja 06'2020

### 1. Wstęp

#### *Filtry aktywne II rzędu RC*

Filtry aktywne RC to układy liniowe, stacjonarne realizowane za pomocą elementu aktywnego jakim jest wzmacniacz, na który założono sprzężenie zwrotne zbudowane z elementów biernych rezystancyjno-pojemnościowych RC. Elementem aktywnym najczęściej jest wzmacniacz operacyjny. Elementy bierne sprzężenia zwrotnego kształtują charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową całego układu filtru. Sprzężenie zwrotne odpowiedzialne jest za kształt całkowitej charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej, a może być zarówno dodatnie jak i ujemne. W tym pierwszym przypadku dodatniemu sprzężeniu musi towarzyszyć dodatkowo sprzężenie ujemne dla zachowania stabilności całego układu. W przypadku drugim stosuje się wielokrotną pętlę sprzężenia ujemnego. W ćwiczeniu, do budowania filtrów wykorzystano człony kwadratowe (tzn. posiadające biegun drugiego rzędu) zrealizowane w konfiguracji z dodatnim sprzężeniem zwrotnym.

### 2. Zakres ćwiczenia

Zbadać następujące układy:

- 1) Filtr dolnoprzepustowy rzędu II o tłumieniu krytycznym.
- 2) Filtr dolnoprzepustowy Butterworth'a rzędu II.
- 3) Filtr dolnoprzepustowy Chebysheva 0.5dB rzędu II.
- 4) Filtr dolnoprzepustowy Bessel'a rzędu II.

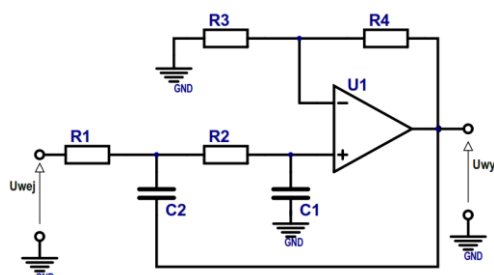
Ewentualnie:

- 5) Filtr górnoprzepustowy rzędu II o tłumieniu krytycznym.
- 6) Filtr górnoprzepustowy Butterworth'a rzędu II.
- 7) Filtr górnoprzepustowy Chebysheva 0.5dB rzędu II.
- 8) Filtr górnoprzepustowy Bessel'a rzędu II.

### 3. Realizacja filtrów

#### *Filtr dolnoprzepustowy*

Do realizacji powyższych filtrów aktywnych wybrano konfigurację układową Sallen-Key'a. Schemat filtru dolnoprzepustowego przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Dolnoprzepustowy filtr aktywny w konfiguracji Sallen-Key'a.

Operatorowa funkcja przenoszenia ma postać:

$$H(s) = \frac{U_{wyj}(s)}{U_{wej}(s)} = \frac{k}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} \quad [1]$$

gdzie:  $k$  – wzmacnienie układu aktywnego,  $k = 1 + \frac{R_4}{R_3}$ ,

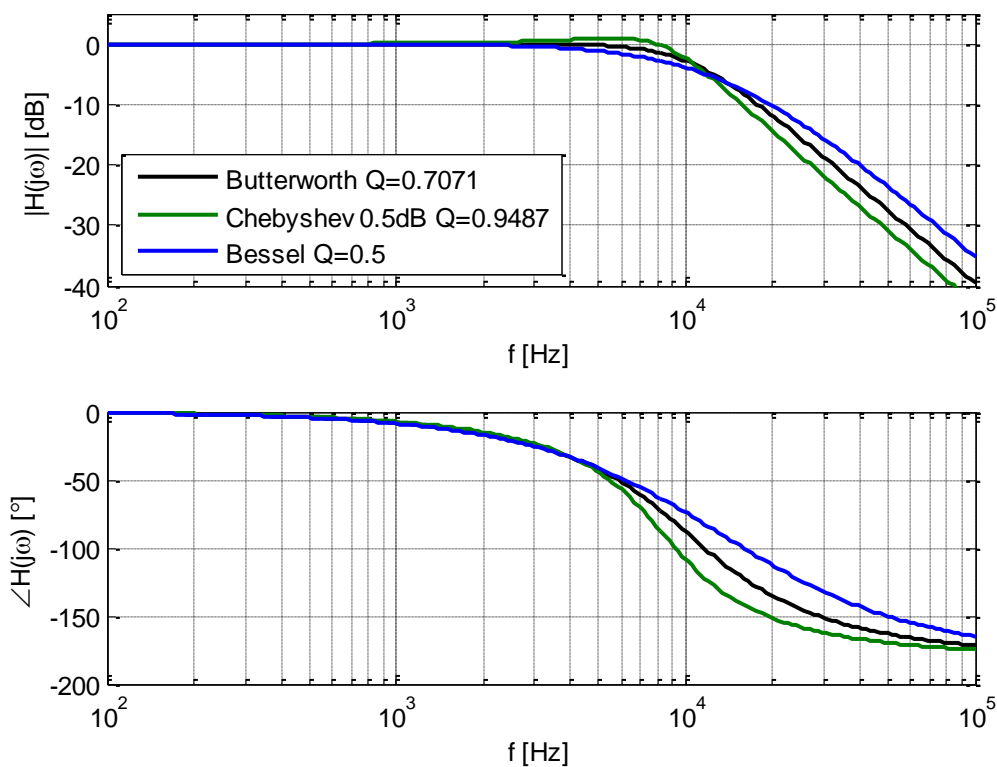
$$Q \text{ – dobroć filtru, } Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_1 + R_1 C_2 (1 - k)}, \quad [2]$$

$$\omega_0 \text{ – częstość graniczna, } \omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}. \quad [3]$$

Parametrem charakterystycznym funkcji przenoszenia jest częstość graniczna  $\omega_0$  oraz dobroć  $Q$  filtru. W zależności od zmiennej  $Q$  rozróżniamy następujące typy filtrów aktywnych drugiego rzędu:

- $Q = 0.7071$  - filtr Butterworth'a,
- $Q = 0.9487$  - filtr Chebysheva 0.5dB,
- $Q = 0.5$  - filtr o tłumieniu krytycznym Bessel'a.

Amplitudowe i fazowe charakterystyki częstotliwościowe filtrów przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Amplitudowa i fazowa charakterystyka częstotliwościowa dolnoprzepustowego filtra aktywnego drugiego rzędu (przy założeniu  $\omega_0 = const$ ). Asymptotyczne nachylenie amplitudowej charakterystyki częstotliwościowej powyżej częstości granicznej wynosi -40 dB/dek.

Celem uproszczenia projektu wprowadzić można następujące założenia:

1. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1=mR, R_2=R, C_1=C, C_2=nC,$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{mn}}, \quad Q = \frac{\sqrt{mn}}{m+1+mn(1-k)}$$

2. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1=mR, R_2=R, C_1=C, C_2=nC, k=1$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{mn}}, \quad Q = \frac{\sqrt{mn}}{m+1}$$

3. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1=mR, R_2=R, C_1=C_2=C$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{m}}, \quad Q = \frac{\sqrt{m}}{1+2m-mk}$$

lub  $R_1=R_2=R, C_1=C, C_2=nC,$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{n}}, \quad Q = \frac{\sqrt{n}}{2+n(1-k)}$$

4. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1=R_2=R, C_1=C_2=C$$

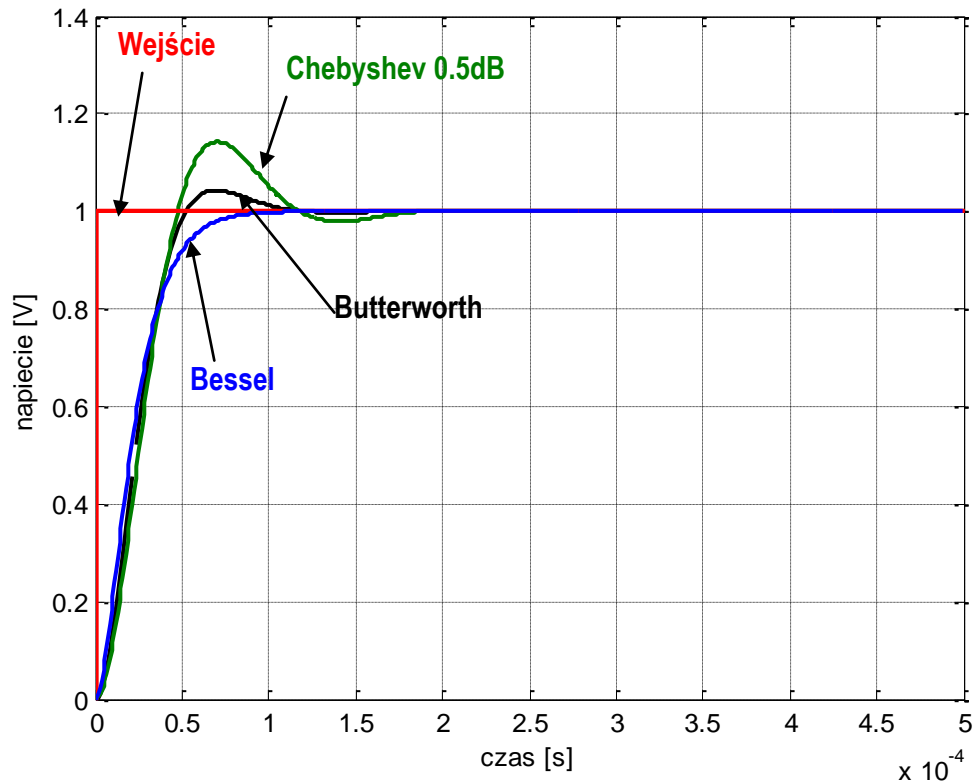
otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}, \quad Q = \frac{1}{3-k}$$

Cechy charakterystyczne filtrów:

	Zalety	Wady
Butterworth	Maksymalnie płaska charakterystyka częstotliwościowa w paśmie przepustowym, napięciowa odpowiedź impulsowa o mniejszym poziomie tłumienia niż dla konfiguracji Chebyshev'a	Niewielkie oscylacje gasnące w napięciowej odpowiedzi impulsowej
Bessel	Pozbawiony efektu dzwonienia, brak przerzutu w napięciowej odpowiedzi na wymuszenie impulsowe	Najmniejsze tłumienie poza pasmem przepustowym, najwolniejsze narastanie odpowiedzi na napięciowe wymuszenie skokowe
Chebyshev	Największe tłumienie poza pasmem przepustowym	Charakterystyczne podbicie w paśmie przepustowym w pobliżu częstotliwości granicznej, duże oscylacje w odpowiedzi impulsowej

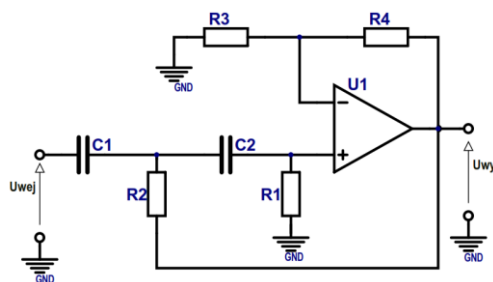
Przykładowy kształt napięciowych odpowiedzi filtrów na wymuszenie skokiem jednostkowym  $I(t)$  przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Odpowiedź napięciowa filtrów dolnoprzepustowych aktywnych drugiego rzędu (przy założeniu  $\omega_0 = \text{const}$ ) na wymuszenie skokiem jednostkowym  $I(t)$ .

### Filtr górnoprzepustowy

Schemat filtru górnoprzepustowego II rzędu w konfiguracji Sallen-Key'a przedstawia rysunek 4.



Rys. 4. Górnoprzepustowy filtr aktywny w konfiguracji Sallen-Key'a

Operatorowa funkcja przenoszenia ma postać:

$$H(s) = \frac{U_{wyj}(s)}{U_{wej}(s)} = \frac{k \frac{s^2}{\omega_0^2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} \quad [4]$$

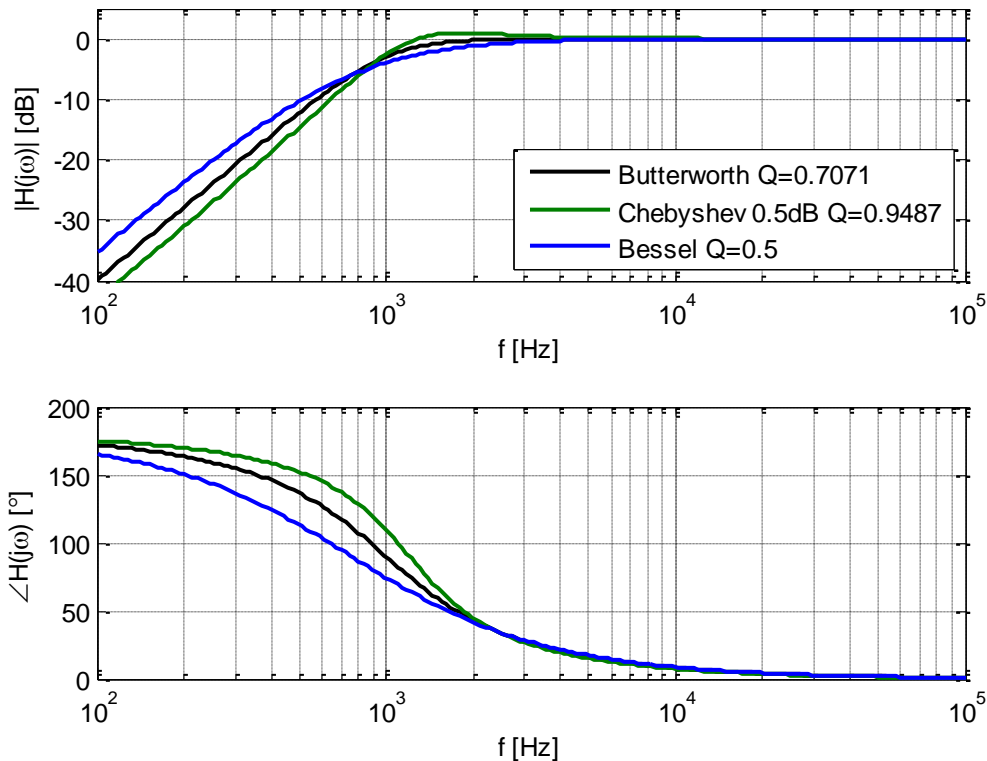
gdzie:  $k$  – wzmacnienie układu aktywnego,  $k = 1 + \frac{R_4}{R_3}$

$$Q - \text{dobroć filtru, } Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_2 C_2 + R_2 C_1 + R_1 C_2 (1 - k)}, \quad [5]$$

$$\omega_0 - \text{częstość graniczna, } \omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}. \quad [6]$$

Parametrem charakterystycznym funkcji przenoszenia jest częstość graniczna  $\omega_0$  oraz dobroć  $Q$  filtru.

Amplitudowe i fazowe charakterystyki częstotliwościowe filtrów przedstawia rysunek 5.



Rys. 5. Amplitudowa i fazowa charakterystyka częstotliwościowa górnoprzepustowego filtra aktywnego drugiego rzędu (przy założeniu  $\omega_0 = \text{const}$ ). Asymptotyczne nachylenie amplitudowej charakterystyki częstotliwościowej poniżej częstości granicznej wynosi +40 dB/dek.

Celem uproszczenia projektu wprowadzić można następujące założenia:

5. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1 = mR, \quad R_2 = R, \quad C_1 = C, \quad C_2 = nC,$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{mn}}, \quad Q = \frac{\sqrt{mn}}{n + 1 + mn(1 - k)}$$

6. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1 = mR, \quad R_2 = R, \quad C_1 = C, \quad C_2 = nC, \quad k = 1$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{mn}}, \quad Q = \frac{\sqrt{mn}}{n + 1}$$

7. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1 = mR, R_2 = R, C_1 = C_2 = C$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{m}}, \quad Q = \frac{\sqrt{m}}{2 + m(1 - k)}$$

$$\text{lub } R_1 = R_2 = R, C_1 = C, C_2 = nC,$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{n}}, \quad Q = \frac{\sqrt{n}}{1 + 2n - nk}$$

8. Dla zależności między elementami układu:

$$R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C$$

otrzymujemy:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}, \quad Q = \frac{1}{3 - k}$$

## 4. Literatura

- 1) Tietze, Schenk - "Układy półprzewodnikowe".
- 2) Millman, Halkias - "Układy scalone analogowe i cyfrowe".
- 3) Kulka, Nadachowski - "Analogowe układy scalone i ich zastosowanie".
- 4) Hank Zumbahlen – "Linear Circuit Design Handbook"
- 5) "Analysis of the Sallen-Key Architecture" - <http://www.ti.com/lit/an/sloa024b/sloa024b.pdf>

## 5. Program ćwiczenia

1. Filtr o tłumieniu krytycznym, rzędu II

a) Wyznaczyć małosygnalową charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową

$$|K(j\omega)| = \frac{U_{out}}{U_{in}} = f(f),$$

podać nachylenie asymptotyczne i częstotliwość graniczną  $f_g$ ,

b) przerysować odpowiedź napięciową filtru na skok napięcia  $u_{wej}(t) = I(t)$ . Podać czas narastania.

2. Filtr dolnoprzepustowy Butterworth'a rzędu II

a) wyznaczyć małosygnalową charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową

$$|K(j\omega)| = \frac{U_{out}}{U_{in}} = f(f),$$

podać nachylenie asymptotyczne i częstotliwość graniczną  $f_g$ ,

b) przerysować odpowiedź napięciową filtru na skok napięcia  $u_{wej}(t) = I(t)$ . Podać czas narastania.

3. Filtr dolnoprzepustowy Chebysheva 0.5dB rzędu II

a) wyznaczyć małosygnalową charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową

$$|K(j\omega)| = \frac{U_{out}}{U_{in}} = f(f),$$

podać nachylenie asymptotyczne i częstotliwość graniczną  $f_g$ ,

b) przerysować odpowiedź napięciową filtru na skok napięcia  $u_{wej}(t) = I(t)$ . Podać czas narastania i poziom przzerzutu.

4. Filtr dolnoprzepustowy Bessel'a rzędu II

a) wyznaczyć małosygnalową charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową

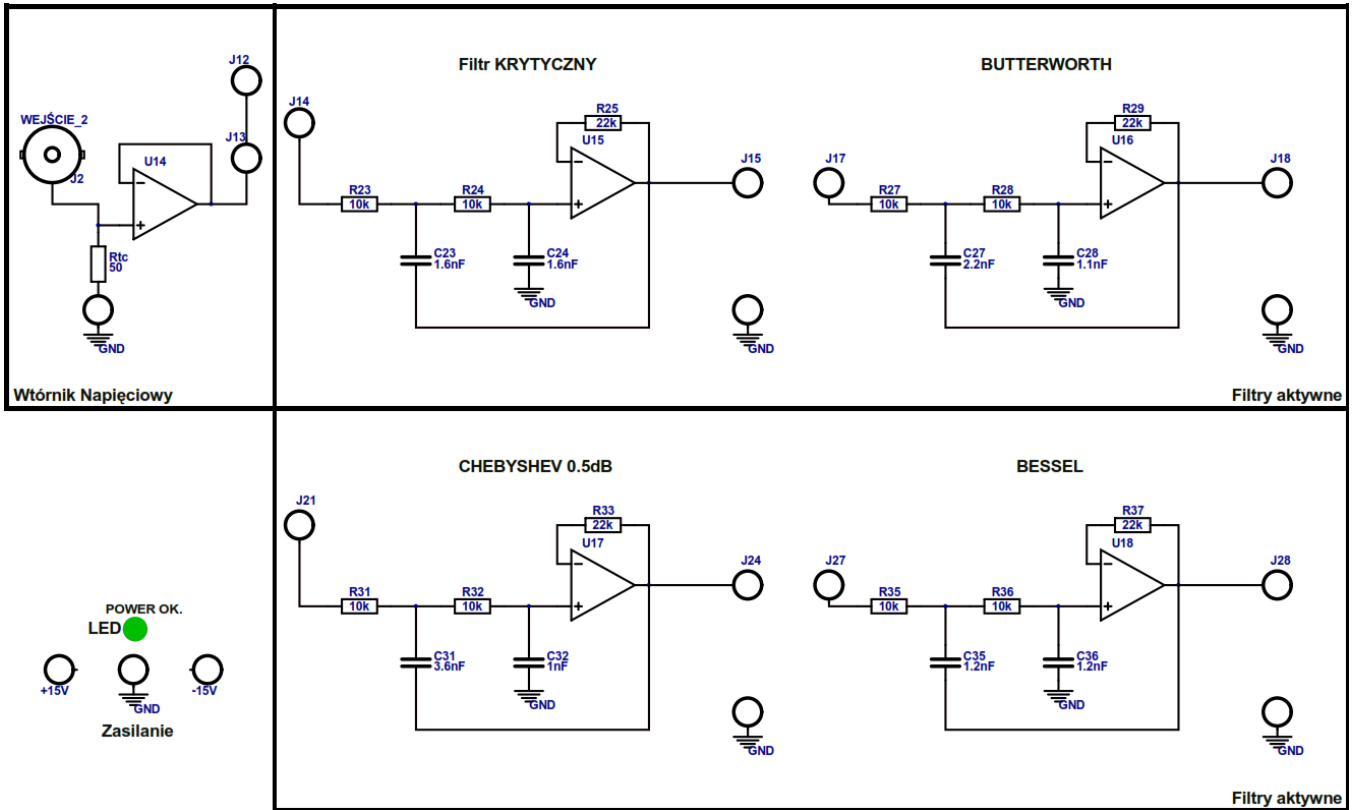
$$|K(j\omega)| = \frac{U_{out}}{U_{in}} = f(f),$$

podać nachylenie asymptotyczne i częstotliwość graniczną  $f_g$ ,

- b) przerysować odpowiedź napięciową filtru na skok napięcia  $u_{wej}(t) = \mathbf{I}(t)$ . Podać czas narastania.

## 6. Schemat zestawu do ćwiczenia (nowa płytka PCB)

Filtr dolnoprzepustowy:



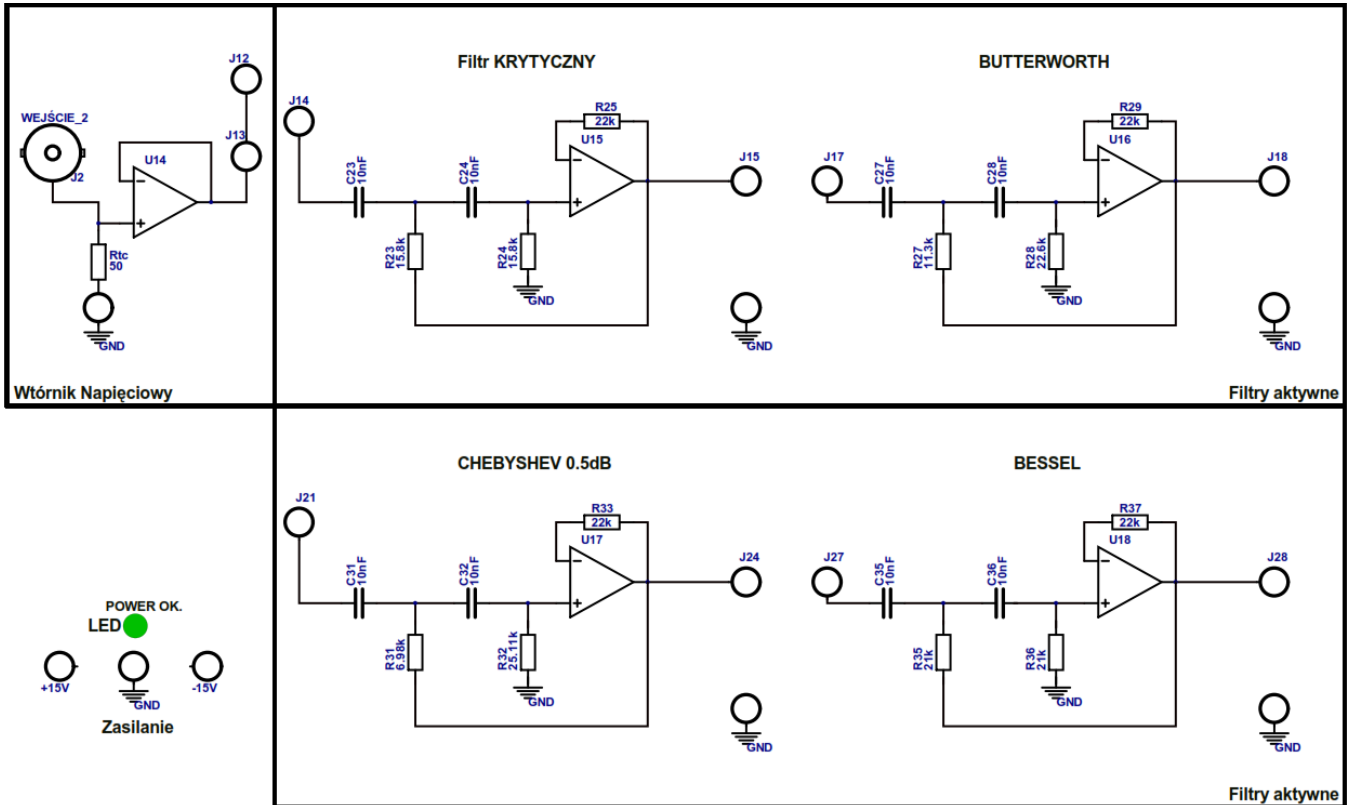
Zestawienie elementów:

Symbol	Wartość	Symbol	Wartość
R <sub>23</sub>	10kΩ	R <sub>31</sub>	10kΩ
R <sub>24</sub>	10kΩ	R <sub>32</sub>	10kΩ
C <sub>23</sub>	1.6nF	C <sub>31</sub>	3.6nF
C <sub>24</sub>	1.6nF	C <sub>32</sub>	1.0nF
R <sub>25</sub>	22kΩ	R <sub>33</sub>	22kΩ
R <sub>27</sub>	10kΩ	R <sub>35</sub>	10kΩ
R <sub>28</sub>	10kΩ	R <sub>36</sub>	10kΩ
C <sub>27</sub>	2.2nF	C <sub>35</sub>	1.2nF
C <sub>28</sub>	1.1nF	C <sub>36</sub>	1.2nF
R <sub>29</sub>	22kΩ	R <sub>37</sub>	22kΩ



## 7. Schemat zestawu do ćwiczenia (nowa płytka PCB)

Filtr górnoprzepustowy:



Zestawienie elementów:

Symbol	Wartość	Symbol	Wartość
R <sub>23</sub>	15.8kΩ	R <sub>31</sub>	6.98kΩ
R <sub>24</sub>	15.8kΩ	R <sub>32</sub>	25.11kΩ
C <sub>23</sub>	10nF	C <sub>31</sub>	10nF
C <sub>24</sub>	10nF	C <sub>32</sub>	10nF
R <sub>25</sub>	22kΩ	R <sub>33</sub>	22kΩ
R <sub>27</sub>	11.3kΩ	R <sub>35</sub>	21kΩ
R <sub>28</sub>	22.6kΩ	R <sub>36</sub>	21kΩ
C <sub>27</sub>	10nF	C <sub>35</sub>	10nF
C <sub>28</sub>	10nF	C <sub>36</sub>	10nF
R <sub>29</sub>	22kΩ	R <sub>37</sub>	22kΩ