

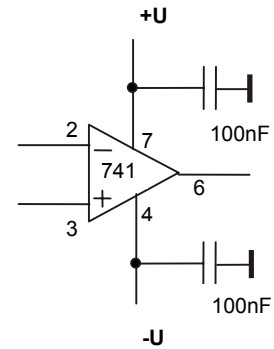
## P-3. Filtr aktywny z dodatnim sprzężeniem zwrotnym

Ćwiczenie polega na zaprojektowaniu, zbudowaniu i zbadaniu filtra aktywnego drugiego rzędu, z dodatnim sprzężeniem zwrotnym, o charakterystyce dolnoprzepustowej, z częstotliwością graniczną w zakresie częstotliwości niskich. Proponuje się porównanie dwóch wariantów: filtra krytycznego i filtra optymalizowanego wg Butterwortha, Czebyszewa albo Bessela, oraz budowę filtra złożonego: środkowoprzepustowego lub filtra rzędu czwartego.

W układzie będzie zastosowany wzmacniacz operacyjny niskiej częstotliwości  $\mu A741$ . Kompensacja wewnętrzna zapewnia jego bezwzględłą stabilność. Amplitudowa charakterystyka Bodego tego wzmacniacza przebiega płasko do ok. 10Hz, potem opada i przecina poziom 0dB przy ok. 1MHz z szybkością -20dB/dek. Niżej podano niektóre parametry wzmacniacza oraz rozkład wyprowadzeń dla obudowy dwurzędowej z 8 końcówkami (uwzględniono kondensatory filtrujące w obwodach zasilania  $\pm U$ ).

### Główne parametry wzmacniacza $\mu A741$

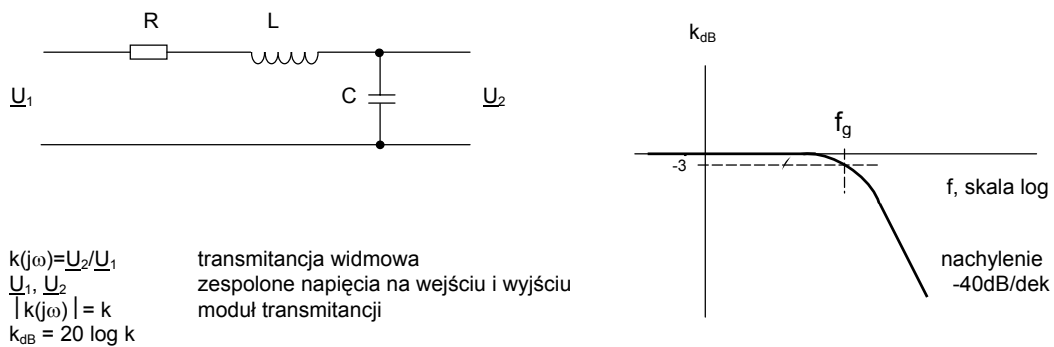
zasilanie, V	$\pm 5$ do $\pm 15$
pobór mocy, mW	typ. 50
bezwzględna wartość napięcia wejściowego (nie więcej jednak niż napięcie zasilania), V	max. 15
wzmocnienie w układzie otwartym, V/V	typ. $10^5$
rezystancja wejściowa, M $\Omega$	typ. 2
rezystancja wyjściowa, $\Omega$	typ. $10^2$
napięcie nasycenia przy zasilaniu $\pm U_z$ , V	ok. $\pm(U_z - 1)$
częstotliwość graniczna dla 1V/V, MHz	typ. 1
odpowiedź na skok napięcia w układzie 1V/V, $\mu s$	typ. 0,3
prędkość zmian napięcia wyjściowego, V/ $\mu s$	typ. 0,5
napięcie offsetu, mV	typ. 2
prąd offsetu, nA	typ. 20



Rys. 1

### I. Opis ogólny

1) Filtry są układami o specjalnych charakterystykach częstotliwościowych, zazwyczaj optymalizowanych z różnych punktów widzenia - np. w celu uzyskania możliwie najszybszego spadku wzmocnienia przy przejściu z obszaru przenoszenia sygnału do obszaru tłumienia. Optymalizację umożliwiają transmitancje z biegunami zespolonymi. W najprostszym przypadku, w praktyce wykorzystywanym, można je otrzymać dla obwodu złożonego z elementów R, C i L, który jest opisany równaniem różniczkowym drugiego rzędu (jest zatem filtrem rzędu drugiego). Na rys. 2 przedstawiono przykład takiego filtra o charakterystyce dolnoprzepustowej - przenosi on z dokładnością do 3dB sygnały o częstotliwościach od zera do granicznej  $f_g$  i tłumi sygnały o częstotliwościach wyższych. Asymptotyczny spadek współczynnika przenoszenia wynosi -40dB/dek, co oznacza wzrost tłumienia sygnału o dwa rzędy wielkości przy wzroście częstotliwości o jeden rząd.



Rys. 2

Filtr ten ma następującą transmitancję widmową - przy normalizacji zmiennej  $\omega$  do trzydecybelowej pulsacji granicznej  $\omega_g$ :

$$k(j\omega) = \frac{1}{1 + a \left(j \frac{\omega}{\omega_g}\right) + b \left(j \frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}$$

albo operatorową, uzyskaną po podstawieniu  $s=j\omega$ , słusznym dla przebiegów stacjonarnych:

$$k(s) = \frac{1}{1 + a \frac{s}{\omega_g} + b \left(\frac{s}{\omega_g}\right)^2}$$

Pulsacja graniczna  $\omega_g = 2\pi f_g$  oraz współczynniki  $a, b$  (dodatnie i rzeczywiste) zależą od wielkości  $R, L, C$  i w przypadku zastosowania określonej optymalizacji mają określone wartości. Np. dla  $a=1,4142, b=1$  ma się do czynienia z optymalizacją Butterwortha, zapewniającą w obrębie pasma przenoszenia filtru najbardziej płaski przebieg modułu transmitancji  $k$  w funkcji częstotliwości. Dla filtru Bessela, o nieatrakcyjnych własnościach w dziedzinie częstotliwości, ale cechującego się najkorzystniejszą odpowiedzią na skok napięcia, współczynniki  $a$  i  $b$  są odpowiednio równe 1,3617 i 0,6180. Filtr ma charakterystykę fazową prawie liniową w zakresie pasma przenoszenia, daje więc opóźnienie takie same dla różnych częstotliwości występujących w widmie sygnału, dzięki czemu zniekształcenia przenoszonych impulsów są małe. Trzecia z najczęściej używanych optymalizacji, wg Czebyszewa, dla danego rzędu filtru daje największe nachylenie odcinka charakterystyki w pobliżu częstotliwości granicznej. Przebieg  $k$  w funkcji częstotliwości jest jednak niemonotoniczny, w paśmie przenoszenia występują zafalowania o stałej amplitudzie. Są one tym większe, im bardziej stroma jest charakterystyka powyżej  $f_g$ . Np. filtr Czebyszewa rzędu drugiego o falistości 3dB otrzymuje się dla współczynników  $a=1,0650$  i  $b=1,9305$ . Filtry pierwszy i trzeci, prezentując się korzystnie (z różnych punktów widzenia) w dziedzinie częstotliwości, mają niskie własności w dziedzinie czasu, dając duże zniekształcenia i powolne ustalanie się odpowiedzi na sygnał skokowy.

2) Transmitancję taką jak wyżej można uzyskać inną drogą, mianowicie stosując filtry aktywne, zawierające obok rezystancji i pojemności element czynny - najczęściej wzmacniacz operacyjny. W ten sposób unika się cewek indukcyjnych, które w zakresie częstotliwości niskich i średnich mają duże rozmiary i niekorzystne parametry elektryczne. Z drugiej strony, aby własności filtru były określone wyłącznie przez elementy biernie  $R$  i  $C$ , należy dobrać dożądanego pasma przenoszenia filtru dostatecznie szybki wzmacniacz operacyjny - nie powinien on przecież wprowadzać żadnych dodatkowych zależności częstotliwościowych. Oznacza to w praktyce przewagę filtrów indukcyjnych nad aktywnymi w zakresie częstotliwości bardzo wysokich.

3) Dokonując formalnego przekształcenia transmitancji w taki sposób, że znormalizowana zmienna zostaje zastąpiona jej odwrotnością, otrzymuje się transmitancję górnoprzepustową o częstotliwości granicznej  $\omega_g$  - w tym przypadku ogranicza ona pasmo z lewej strony, dla częstotliwości niskich, i bywa nazywana częstotliwością graniczną dolną. Charakterystyka amplitudowa Bodego będzie dla punktu  $f_g$  zwierciadlanym odbiciem charakterystyki dolnoprzepustowej: dla  $f \rightarrow 0$  nachylenie dąży do wartości 40dB/dek.

$$\frac{s}{\omega_g} \rightarrow \frac{\omega_g}{s} \qquad k(s) = \frac{1}{1 + a \frac{\omega_g}{s} + b \left(\frac{\omega_g}{s}\right)^2}$$

4) Filtry wyższego rzędu, a więc o większym nachyleniu charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej w obszarze zaporowym, powstają przez kaskadowe połączenie filtrów rzędu drugiego, na ogół różniących się współczynnikami. Np. filtr rzędu ósmego składać się będzie z czterech ogniw podstawowych (kwadratowych). Zatem transmitancja układu dolnoprzepustowego dowolnego rzędu przyjmie postać:

$$k(s) = \frac{1}{\prod_i \left[1 + a_i \frac{s}{\omega_g} + b_i \left(\frac{s}{\omega_g}\right)^2\right]}$$

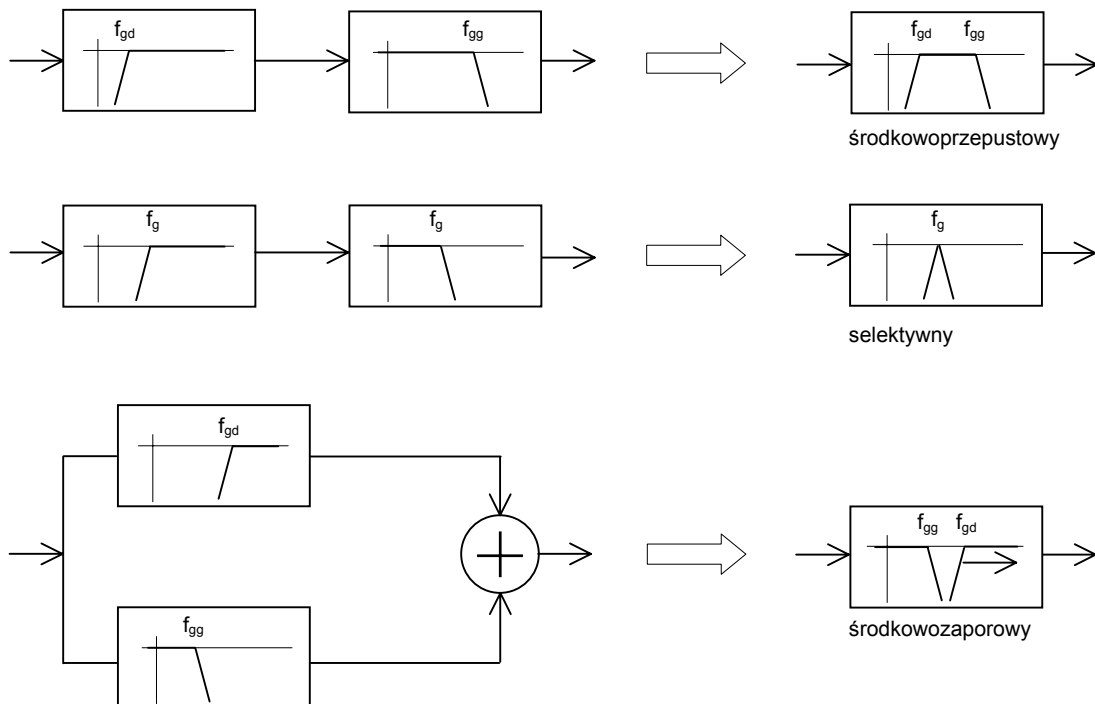
W przypadku filtru rzędu nieparzystego jeden ze współczynników  $b_i$  jest równy zero. Reasumując, jeżeli stopień wielomianu w mianowniku transmitancji dolnoprzepustowej jest  $n$ , to filtr jest rzędu  $n$ -tego, z asymptotycznym nachyleniem amplitudowej charakterystyki Bodego równym  $-n$  20dB/dek.

5) Współczynniki  $a_i$  oraz  $b_i$  przyjmują określone wartości w zależności od typu optymalizacji i rzędu filtru. W książce Tietze U., Schenk Ch., *Układy półprzewodnikowe*, podano wartości tych współczynników dla filtrów Butterwortha, Czebyszewa, Bessela oraz filtru krytycznego aż do dziesiątego rzędu włącznie, określając także stosunek częstotliwości granicznej każdego ogniwa  $f_{gi}$  do częstotliwości granicznej całego filtru  $f_g$ . Zauważmy, że charakterystyka filtru jest - w układzie logarytmicznym - sumą charakterystyk poszczególnych ogniw i optymalizacja z jakiegoś punktu widzenia dotyczy tylko tej sumy. Tak więc np. filtr Butterwortha rzędu czwartego wcale nie jest złożony z dwóch filtrów Butterwortha rzędu drugiego, lecz z członów drugiego rzędu mających charakterystyki różnych kształtów, o różnych częstotliwościach granicznych. Inaczej jest w przypadku filtru o tłumieniu krytycznym: składa się on właśnie właśnie z ogniw o tej samej częstotliwości granicznej. Mianownik transmitancji daje się napisać w postaci czynnika liniowego do potęgi  $n$ , bieguny są rzeczywiste, wielokrotne:

$$k(s) = \frac{1}{(1 + \alpha \frac{s}{\omega_g})^n} \quad \alpha = \sqrt[n]{\sqrt{2} - 1}$$

Jak widać, w stosunku do położenia bieguna wielokrotnego  $\omega_g/\alpha$  częstotliwość graniczna takiego filtru jest przesunięta w lewo i będzie malała ze wzrostem rzędu filtru.

6) Charakterystyczną własnością filtru z tłumieniem krytycznym jest najszybsza z monotonicznych odpowiedzi na skok napięcia, przy czym przybliżony czas narastania wynosi  $t_r \approx 1/(3f_g)$ . W przypadku filtrów Butterwortha i Czebyszewa odpowiedź skokowa jest niekorzystna, zmianie poziomu napięcia towarzyszą oscylacje, stan nieustalony trwa długo, a ze zwiększaniem rzędu filtru własności te jeszcze się pogarszają.



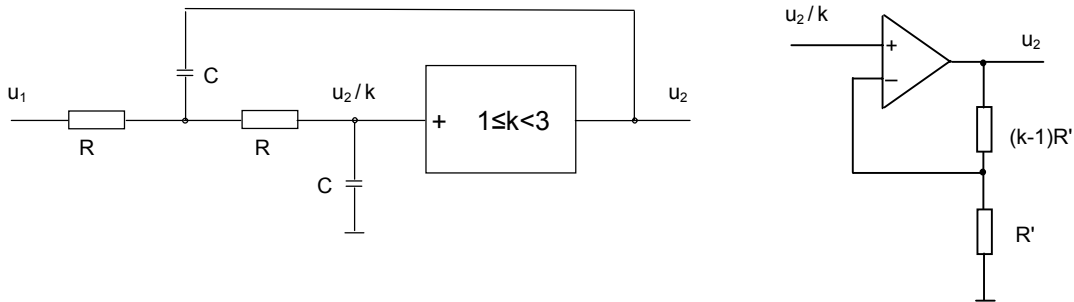
Rys. 3

Za optymalną uważa się odpowiedź skokową filtru Bessela, o większej stromości zbocza przy czasie narastania takim, jak w przypadku tłumienia krytycznego, z małym zafalowaniem na grzbiecie, nie przekraczającym 0,5%, które maleje ze wzrostem rzędu filtru. W porównaniu z filtrem krytycznym ma on korzystniejsze charakterystyki częstotliwościowe amplitudową i fazową.

7) Łącząc kaskadowo filtr górnoprzepustowy o częstotliwości granicznej  $f_{gd}$  i dolnoprzepustowy o częstotliwości granicznej  $f_{gg}$ , przy czym  $f_{gd} < f_{gg}$ , otrzymuje się filtr środkowoprzepustowy (pasmowy) o paśmie przenoszenia od  $f_{gd}$  do  $f_{gg}$ . Jeżeli częstotliwości graniczne obu filtrów są takie same, efektem połączenia jest filtr selektywny. Natomiast przy równoległym sterowaniu obu filtrów, jeśli zachodzi  $f_{gd} > f_{gg}$ , można otrzymać filtr środkowozaporowy, mianowicie przez sumowanie sygnałów wyjściowych obydwóch członów. Działanie takie łatwo wykonać posługując się sumatorem analogowym, zbudowanym z użyciem wzmacniacza operacyjnego. Na rys. 3 przedstawiono poglądowo sposób realizacji wymienionych filtrów.

## II Budowa filtru z dodatnim sprzężeniem zwrotnym

Na rys. 4 przedstawiony jest jeden z wariantów filtru czynnego dolnoprzepustowego, w którym zastosowano wzmacniacz napięciowy o wzmacnieniu  $k$  objęty pętlą dodatniego sprzężenia zwrotnego z elementami R i C. Obok pokazano wzmacniacz nieodwracający, znakomicie nadający się do tego celu.



Rys. 4

Jeśli przyjmie się, że w interesującym zakresie częstotliwości  $k = \text{const}$ , to transmitancja filtru jest dana wyrażeniem:

$$k(s) = \frac{k}{1 + sRC(3-k) + s^2(RC)^2}$$

Porównując je z ogólnym równaniem dla filtru dolnoprzepustowego drugiego rzędu otrzymuje się:

$$\omega_g = \frac{\sqrt{b}}{RC}$$

$$k = 3 - \frac{a}{\sqrt{b}}$$

Częstotliwość graniczną filtru  $f_g$  można zatem ustalić przez dobór stałej czasowej  $RC$ , zaś rodzaj filtru przez odpowiednie wzmacnienie  $k$ :

filtr z tłumieniem krytycznym	1V/V
filtr Bessela	1,267 V/V
filtr Butterwortha	1,586 V/V
filtr Czebyszewa (falistość 3dB)	2,482 V/V

Tak więc filtr z tłumieniem krytycznym dostaje się stosując w roli elementu czynnego wtórnik napięcia. Transmitancja przyjmuje wtedy postać:

$$k(s) = \frac{1}{(1+sRC)^2}$$

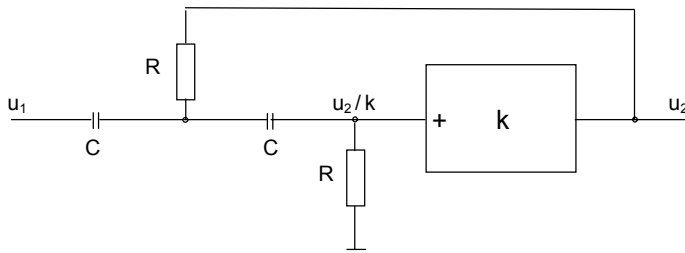
Jest ona identyczna z transmitancją układu biernego złożonego z dwóch ogniw RC połączonych przez wtórnik napięcia, dla którego przy pulsacji  $\omega=1/(RC)$  występuje spadek wzmacnienia o 6dB. Częstotliwość graniczna takiego filtra wynosi  $f_g=0,64/(2\pi RC)$ .

Podstawiając  $s=j\omega$  łatwo zauważyć, że dla  $k=3$  istnieje pulsacja, mianowicie  $\omega_0=1/(RC)$ , dla której transmitancja filtra z dodatnim sprzężeniem zwrotnym dąży do nieskończoności i układ staje się pętlą generatorem. Zatem, aby zagwarantować stabilność układu, należy zadbać o staranne wykonanie pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego, szczególnie w przypadku filtra Czebyszewa.

W celu otrzymania transmitancji górnoprzepustowej wystarczy zamienić miejscami elementy R i C, co odpowiada transformacji:

$$\frac{s}{\omega_g} \rightarrow \frac{\omega_g}{s}$$

Na rys. 5 pokazano filtr górnoprzepustowy oraz podano związek pulsacji granicznej filtra i wzmacnienia wzmacniacza ze współczynnikami a i b występującymi w ogólnym wyrażeniu na transmitancję.



$$\omega_g = \frac{1}{RC\sqrt{b}}$$

$$k = 3 - \frac{a}{\sqrt{b}}$$

Rys. 5

### III Program ćwiczenia

Charakterystyka techniczna filtra obejmuje:

- rodzaj,
- częstotliwość graniczną (pasmo przenoszenia),
- rząd
- typ optymalizacji.

Wykorzystując omówioną konfigurację filtra drugiego rzędu z dodatnim sprzężeniem zwrotnym należy wykonać przynajmniej jeden z trzech poniższych wariantów; podczas pomiarów trzeba zwracać uwagę, aby układy pracowały w zakresie liniowym.

1) Zaprojektować, zmontować i zbadać kolejno filtr dolnoprzepustowy o tłumieniu krytycznym i jeden z filtrów optymalizowanych (Butterwortha, Bessela lub Czebyszewa), obydwa o tej samej częstotliwości granicznej (np. 1kHz). Należy wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe i zaobserwować kształt odpowiedzi na skok napięcia, porównując ze sobą w tych aspektach obydwa filtry. Objasnić ewentualne odchylenia wyników od spodziewanych teoretycznie.

2) Zbudować filtr o zadanym paśmie przenoszenia, np. od 100Hz do 10kHz, przyjmując wzmacnienie  $k=1V/V$ . Zaleca się kolejno uruchomić i wyznaczyć charakterystykę członu górnoprzepustowego i dolnoprzepustowego, a następnie obu członów połączonych w filtr środkowoprzepustowy. Porównać odpowiedź filtra na przebiegi prostokątne monopolarne i bipolarne o tej samej częstotliwości, określić zniekształcenia i zmierzyć dryf linii zerowej.

3) Zbudować i zbadać dolnoprzepustowy filtr Butterwortha rzędu czwartego (np. o częstotliwości granicznej  $f_g=10\text{kHz}$ ), dla którego transmitancja przyjmuje postać:

$$k(s) = \frac{1}{\left[1 + 1,8478 \frac{s}{\omega_g} + \left(\frac{s}{\omega_g}\right)^2\right] \left[1 + 0,7654 \frac{s}{\omega_g} + \left(\frac{s}{\omega_g}\right)^2\right]}$$

Częstotliwość graniczna pierwszego ogniwa jest  $0,719\omega_g$ , zaś drugiego  $1,390\omega_g$ . Przedstawić na jednym wykresie amplitudowe charakterystyki Bodego dla każdego z członów i dla całego filtra.

#### LITERATURA

Tietze U., Schenk Ch., *Układy półprzewodnikowe*  
Kulka Z., Nadachowski M., *Linijowe układy scalone i ich zastosowanie*  
Horowitz P., Hill W., *Sztuka elektroniki*, t.I