

## Kinematyka

- Samochód zwiększa swą prędkość jednostajnie z 25 do 55 km/h w pół minuty. Rower zwiększa swą prędkość również jednostajnie ze stanu spoczynku do 30 km/h w pół minuty. Porównać przyspieszenia.  
Odp.: Oba przyspieszenia są równe i wynoszą  $0.28 \text{ m/s}^2$ .
- Do badania wpływu dużych przyspieszeń na organizm człowieka stosowane są specjalne sanie o napędzie raketowym. Jadąc po prostoliniowym torze sanie takie mogą osiągnąć prędkość 1600 km/h w czasie 1.8 s od chwili startu. (a) Założyć, że przyspieszenie sanii jest stałe i porównać jego wartość z wartością przyspieszenia ziemskiego  $g$ . (b) Jaką odległość przebędą sanie w omawianym czasie?  
Odp.: (a)  $\sim 25 g$ ; (b)  $\sim 41 \text{ m}$ .
- Pociąg w metrze rusza z jednej stacji z przyspieszeniem  $1.2 \text{ m/s}^2$ , a od środka odległości do następnej stacji zwalnia z opóźnieniem  $1.2 \text{ m/s}^2$ . Jeżeli stacje dzieli 1100 m, znaleźć (a) czas jazdy między stacjami, (b) największą prędkość pociągu w metrze.  
Odp.: (a) 60.6 s; (b) 36.4 m/s.
- Znaleźć zależność położenia punktu materialnego poruszającego się wzdłuż osi  $x$  od czasu dana jest równaniem  $x = at^2 - bt^3$ , gdzie  $x$  jest mierzone w m, a  $t$  w s. (a) Jakie powinny być wymiary i jednostki stałych  $a$  i  $b$ ? Przyjmijmy, że liczbowe wartości tych stałych wynoszą odpowiednio 3.0 i 1.0. (b) Po jakim czasie punkt osiągnie maksymalną odległość w kierunku dodatnim osi  $x$ ? (c) Jaka będzie całkowita długość drogi przebytej przez punkt w ciągu pierwszych 4.0 s? (d) Jakie jest przemieszczenie punktu po upływie tych 4.0 s? (e) Jaka jest prędkość punktu po upływie każdej z pierwszych czterech sekund?  
Odp.: (a)  $a: \text{LT}^{-2} \text{ m/s}^2$ ;  $b: \text{LT}^{-3} \text{ m/s}^3$ ; (b)  $t = 2 \text{ s}$ ; (c) 24 m; (d) -16 m; (e) 3.0, 0.0, -9.0, -24.0 m/s.
- (a) Z jaką prędkością należy rzucić piłkę pionowo do góry, aby osiągnęła ona wysokość 15 m? (b) Jak długo piłka będzie znajdowała się w powietrzu?  
Odp.: (a)  $\sim 17 \text{ m/s}$ ; (b)  $\sim 3.5 \text{ s}$
- Piłka tenisowa spadła na podłogę z wysokości 1.2 m i odbiła się na wysokość 0.9 m. Jakie było średnie przyspieszenie piłki w czasie jej zetknięcia z podłogą, jeżeli czas zetknięcia wynosił 0,010 s?  
Odp.:  $\sim 905 \text{ m/s}^2$ .
- Rakieta wystrzelona pionowo do góry porusza się ze stałym przyspieszeniem  $2g$  w ciągu 1 min. Po upływie tego czasu paliwo rakiety wyczerpuje się i dalej porusza się ona jak ciało rzucone swobodnie. (a) Jaką maksymalną wysokość osiągnie rakieta? (b) Ile czasu upłynie od chwili startu rakiety do chwili gdy uderzy ona w Ziemię?  
Odp.: (a)  $\sim 106 \text{ km}$ ; (b)  $\sim 5.4 \text{ min}$ .
- Prostopadle do strumienia o szerokości  $l = 54 \text{ m}$  porusza się czółno z prędkością własną  $v = 1.8 \text{ m/s}$ . Wskutek prądu wody czółno wylądowało w odległości  $s = 15 \text{ m}$  poniżej miejsca leżącego naprzeciw miejsca wyruszenia. Jaką prędkość ma woda strumienia?  
Odp.: 0.5 m/s.
- Obie wskazówki zegara (godzinowa i minutowa) pokrywają się o godzinie dwunastej. Po jakim czasie wskazówki pokryją się ponownie?  
Odp.: 1 h 5 min 27 s.
- Kula wylatuje z lufy z prędkością  $v = 800 \text{ m/s}$  i z powodu gwintu wykonuje jeden pełny obrót w lufie. Określić (a) czas przelotu kuli wewnątrz lufy, (b) przyspieszenie kątowe, (c) końcową prędkość kątową oraz (d) częstotliwość obrotów kuli, jeżeli długość lufy wynosi  $l = 1 \text{ m}$ .  
Odp.: (a) 2.5 ms; (b)  $2.0 \times 10^6 \text{ rad/s}^2$ ; (c)  $5.0 \times 10^3 \text{ rad/s}$ ; (d)  $800 \text{ s}^{-1}$
- W celu wyznaczenia głębokości studni upuszcza się kamień tak aby mógł swobodnie spadać. Po upływie czasu  $T = 6 \text{ s}$  słyszy się uderzenie kamienia o powierzchnię wody. Jak głęboka jest studnia, jeżeli prędkość głosu  $v = 334 \text{ m/s}$ ?  
Odp.: 151 m.
- Dowieść, że wektor  $\vec{a}$  zdefiniowany jako:

$$\vec{a} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z$$

ma składowe skalarne dane następującymi wyrażeniami:

$$a_x = \vec{i} \cdot \vec{a}, \quad a_y = \vec{j} \cdot \vec{a}, \quad a_z = \vec{k} \cdot \vec{a}$$

13. Punkt materialny porusza się w ten sposób, że jego położenie jest następującą funkcją czasu:

$$\vec{r}(t) = \vec{i} + t^2\vec{j} + t\vec{k}.$$

(a) Wyrazić prędkość i przyspieszenie punktu materialnego jako funkcje czasu. (b) Jaki jest kształt drogi punktu materialnego?

$$\text{Odp.: (a) } \vec{v}(t) = 2t\vec{j} + \vec{k}; \text{ (b) } \vec{a}(t) = 2\vec{j}$$

14. Piłka stacza się z poziomego stołu o wysokości 1.2 m. Jaką prędkość miała piłka w chwili odrywania się od krawędzi stołu, jeżeli upadła na podłogę w odległości 1.5 m stołu?

$$\text{Odp.: } 3 \text{ m/s.}$$

15. (a) Pokazać, że zasięg pocisku wyrzuczonego pod kątem  $\theta_0$  względem poziomu, z prędkością początkową  $v_0$ , wynosi  $x_{max} = (v^2/g) \sin(2\theta_0)$ . Następnie pokazać, że największy zasięg jest osiągany przy kącie wyrzutu  $45^\circ$ .

(b) Wykazać, że maksymalna wysokość osiągnięta przez pocisk wynosi  $y_{max} = (v_0 \sin \theta_0)^2 / (2g)$ . (c) Znaleźć kąt rzutu, w którym zasięg poziomy i maksymalna wysokość pocisku są równe.

$$\text{Odp.: (c) } 76^\circ.$$

16. W traktacie Galileusza (1564-1642) *O dwóch systemach świata...*(1632), autor stwierdza, że dla kątów nachylenia działa (kątów wyrzutu), większych lub mniejszych od  $45^\circ$  o tę samą wielkość, zasięgi są równe. Udowodnić to stwierdzenie.

17. Przypuszcza się, że pewne gwiazdy neutronowe (niezwykle gęste gwiazdy) obracają się z prędkością 1 obr/s. Jeżeli taka gwiazda ma promień 20 km, jakie jest przyspieszenie obiektu znajdującego się na równiku gwiazdy?

$$\text{Odp.: } 8 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$$

18. Jakie jest przyspieszenie obiektu (a) na równiku, (b) na równoleżniku  $60^\circ$  dzięki obrotowi Ziemi? (c) O ile musiałaby się zwiększyć prędkość obrotu Ziemi dla ciała na równiku, aby przyspieszenie ziemskie  $g$  nie było w stanie utrzymać tego ciała na Ziemi?

$$\text{Odp.: (a) } 3.4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2; \text{ (b) } 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2; \text{ (c) } 17.$$

19. Śnieg pada pionowo ze stałą prędkością 8 m/s. (a) Pod jakim kątem do pionu i (b) z jaką prędkością zdają się spadać płatki śniegu widziane przez kierowcę samochodu jadącego po prostej drodze z prędkością 50 km/h?

$$\text{Odp.: (a) } 60^\circ; \text{ (b) } v'_x = -13.9 \text{ m/s}, v'_y = 8 \text{ m/s.}$$

20. Dwa ciała poruszają się ruchem jednostajnym wzdłuż tej samej linii prostej. Gdy zbliżają się do siebie, odległość między nimi maleje o 4.0 m ciągu każdej sekundy. Gdy poruszają się w tym samym kierunku, z takimi samymi prędkościami jak poprzednio, odległość między nimi maleje o 4.0 m w ciągu każdych 10 s. Znaleźć prędkości tych ciał.

$$\text{Odp.: } 2.2 \text{ m/s}, 1.8 \text{ m/s.}$$

21. Pilot ma lecieć na wschód, z punktu A do B, a następnie z powrotem na zachód. Prędkość samolotu względem powietrza jest stała i równa  $\vec{v}'$ , a prędkość powietrza względem ziemi  $\vec{u}$ . Odległość między punktami A i B wynosi  $l$ . (a) Pokazać, że jeżeli  $u = 0$  (powietrze nieruchome), czas potrzebny na przebycie całej drogi jest określony wzorem  $t_0 = 2l/v'$ . (b) Przypuśćmy, że wiatr wieje na wschód (lub na zachód). Pokazać, że czas potrzebny na przebycie drogi wynosi:

$$t_w = \frac{t_0}{1 - u^2/v'^2}.$$

(c) Przypuśćmy, że wiatr wieje na północ (lub południe). Pokazać, że w tym wypadku czas potrzebny na przebycie całej drogi wynosi:

$$t_p = \frac{t_0}{\sqrt{1 - u^2/v'^2}}.$$

(d) Dlaczego w punktach (b) i (c) należy założyć, że  $v' > u$ ?

22. Chłopiec wchodzi na szczyt stojących w miejscu ruchomych schodów w ciągu 90s. Stojąc na poruszających się schodach zostaje on wwieziony na górę w ciągu 60 s. Jak długo wchodziłby ten chłopiec po schodach jadących w górę?