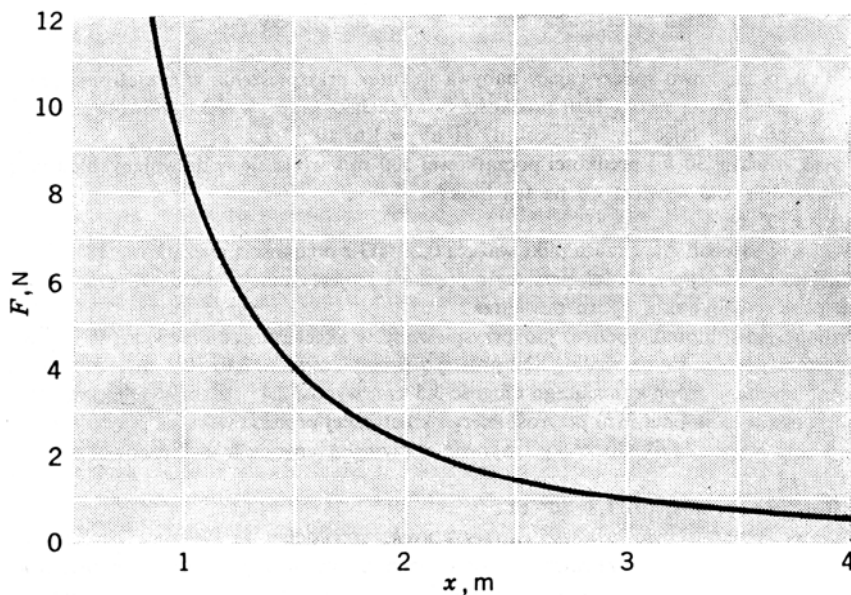


Praca, energia potencjalna, zasada zachowania energii, zasada zachowania pędu, zderzenia.

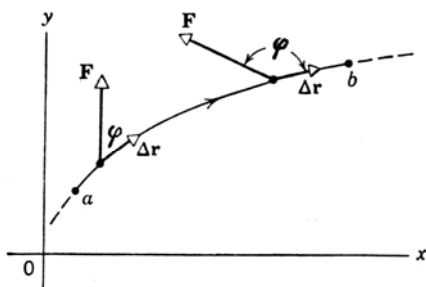
1. Mężczyzna pcha ciało o ciężarze 270 N po poziomej podłodze, siłą skierowaną w dół pod kątem  $45^\circ$  do poziomu, przesuując go ze stałą prędkością na odległość 9.1 m. Jaką pracę wykonuje on przy tym, jeśli współczynnik tarcia kinetycznego wynosi 0.20?  
Odp.: 610 J.
2. Ciało o masie  $M$  wiszące na linie spuszczaemy z wysokości  $d$  pionowo w dół ze stałym skierowanym w dół przyspieszeniem, równym  $g/4$ . Znaleźć pracę wykonaną przez linę.  
Odp.:  $-3Mgd/4$ .
3. (a) Ocenić, jaką pracę wykonuje siła przedstawiona na wykresie przy przemieszczaniu punktu materialnego z położenia  $x = 1$  m do położenia  $x = 3$  m. Postarać się jak najdokładniej ocenić tę pracę i porównać otrzymany wynik z prawdziwą wartością wynoszącą 6 J. (b) Analitycznie, krzywa jest określona wzorem  $F = a/x^2$ , gdzie  $a = 9 \text{ Nm}^2$ . Obliczyć wykonaną pracę przy pomocy całkowania.



4. Jeśli siła  $\vec{F}$  zmienia się zarówno co do kierunku, jak i co do wartości, i ruch odbywa się wzdłuż linii krzywej, pracę wykonaną przez tę siłę obliczamy całkując wzdłuż tej krzywej wyrażenie  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Zauważmy, że zarówno  $F$ , jak i  $\varphi$ , kąt pomiędzy  $\vec{F}$  i  $d\vec{r}$ , mogą zmieniać się od punktu do punktu, jak na rysunku. Wykazać, że dla ruchu dwuwymiarowego i trójwymiarowego

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2,$$

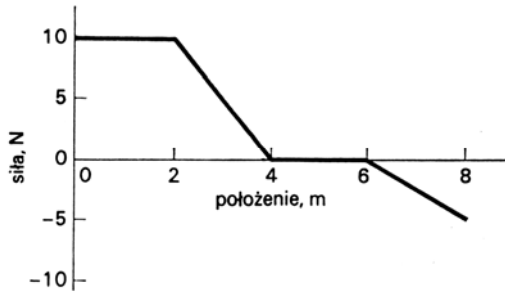
gdzie  $v$  jest prędkością końcową, a  $v_0$  – początkową.



5. Z jakiej wysokości musiałby spaść samochód, aby nabyć energię kinetyczną równą energii, jaką ma on jadąc z prędkością 97 km/h?  
Odp.: 37 m.
6. Pokazać, na podstawie rozważań energetycznych, przyjmując, że kierowca naciska hamulec, że minimalna odległość, na której może zatrzymać się samochód o masie  $m$ , jadący po poziomej drodze z prędkością  $v$  wynosi  $v^2/2\mu g$ , gdzie  $\mu$  jest współczynnikiem tarcia kinetycznego między oponami i drogą.
7. Blok 5 kG przesuwa się w linii prostej po poziomej, idealnie gładkiej powierzchni pod wpływem siły, która zmienia się wraz ze zmianą położenia jak na rysunku. (a) Ile pracy wykonuje siła, gdy blok przesuwa się z początku układu

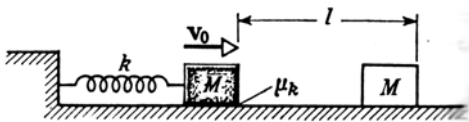
do  $x = 8$  m? (b) Jeżeli prędkość punktu materialnego przechodzącego przez początek układu wynosi 4 m/s, z jaką prędkością przechodzi on w punkcie  $x = 8$  m?

Odp.: (a) 25 J, (b) 5.1 m/s.



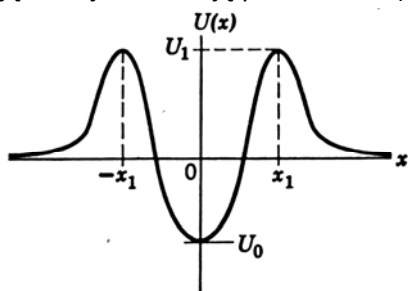
8. Klocek o masie  $M$ , pokazany na rysunku, ma w chwili początkowej prędkość  $v_0$  skierowaną w prawo i zajmuje takie położenie, że sprężyna nie wywiera na niego żadnej siły, tzn. nie jest ani rozciągnięta ani ściśnięta. Klocek ten przesuwa się w prawo na odległość  $l$  i zatrzymuje się w pozycji przedstawionej na rysunku pustym prostokątem. Współczynnik sprężystości sprężyny wynosi  $k$ , a współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem i stołem jest równy  $\mu$ . (a) Jaką pracę wykonuje siła tarcia? (b) Jaką pracę wykonuje siła sprężysta? (c) Czy jakieś inne siły działają na klocek; jeśli tak, to jaką pracę one wykonują? (d) Czemu równa jest całkowita praca wykonana przy przemieszczaniu klocka? (e) Korzystając z twierdzenia o pracy i energii znaleźć wartość  $l$  i wyrazić ją za pomocą  $M, v_0, \mu, g$  i  $k$ .

Odp.: (a)  $-\mu Mgl$ ; (b)  $-kl^2/2$ ; (d)  $-(\mu Mgl + kl^2/2)$ ; (e)  $(\sqrt{\mu^2 M^2 g^2 + v_0^2 kM} - \mu Mgl) / k$ .

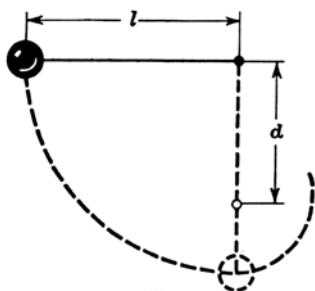


9. Kobieta o wadze 570 N biegnie po schodach do góry, wznosząc się o 4.3 m co 3.5 s. Jaką średnią moc musi posiadać?
10. Rakieta ważąca 50000 kG osiąga prędkość 6000 km/h w ciągu 1 min po wystrzeleniu. (a) Jaka jest jej energia kinetyczna na końcu tej pierwszej minuty? (b) Jaka jest średnia moc wyzwalana w tym okresie? Siły tarcia i siłę grawitacyjną pomijamy.  
Odp.: (a)  $7.32 \cdot 10^{10}$  J; (b) 1200 MW.
11. Siła działa na 3 kG punkt materialny w taki sposób, że położenie punktu materialnego jest funkcją czasu daną przez  $x = 3t - 4t^2 + t^3$ , gdzie  $x$  dane jest w metrach, a  $t$  w sekundach. (a) Znaleźć pracę jaką wykonuje siła podczas pierwszych 4 sekund. (b) Z jaką szybkością chwilową siła wykonuje pracę nad punktem materialnym w chwili  $t = 1$  s?  
Odp.: (a) 530 J; (b) 12 W.
12. Samochód ciężarowy może wjeżdżać pod górę, po drodze, której nachylenie wynosi 0.3 m na 15 m, z prędkością 24 km/h. Siła oporu równa jest 1/25 ciężaru samochodu. Z jaką prędkością będzie zjeżdżał ten samochód z tej samej góry, przy tej samej mocy silnika?
13. Na ciało poruszające się wzdłuż osi  $x$  działa siła odpychająca  $F = kx$ , powodując jego ruch. (a) Znaleźć funkcję energii potencjalnej  $U(x)$  dla tego ruchu oraz napisać dla tego przypadku prawo zachowania energii. (b) Opisać ruch tego układu i pokazać, że ruch ten jest przykładem ruchu ciała znajdującego się w pobliżu położenia równowagi nietrwałej.  
Odp.: (a)  $-kx^2/2$ .
14. Między dwiema cząstkami o masach  $m_1$  i  $m_2$  działa siła przyciągania wyrażona wzorem:  
$$F = k \frac{m_1 m_2}{x^2},$$
gdzie  $k$  jest stałą, a  $x$  odległością między cząstkami. Znaleźć: (a) funkcję energii potencjalnej, (b) pracę potrzebną do zwiększenia odległości między tymi cząstkami od  $x = x_1$  do  $x = x_1 + d$ .
15. Na stole jest przytrzymywany łańcuch, przy czym jedna piąta całej jego długości zwisa w dół. Nie uwzględniając tarcia łańcucha o stół, obliczyć pracę, jaką trzeba wykonać, aby całkowicie wciągnąć łańcuch na stół. Przyjąć, że masa łańcucha wynosi  $m$ , a jego długość  $l$ .

16. Dwugramowa moneta leży na pionowo ustawionej sprężynie spiralnej. Monetę popchnięto w dół tak, że sprężyna skróciła się o 1.0 cm. Stały współczynnik sprężystości dla tej sprężyny wynosi 40 N/m. Jak wysoko moneta się wzniesie ponad położenie pierwotne po zwolnieniu sprężyny?
17. Stukilogramowy człowiek wyskoczył z okna na sieć ratunkową znajdującą się 15 m poniżej. Pod jego ciężarem sieć rozciągnęła się o 3 m zanim osiągnął punkt najniższy, a następnie wyrzuciło go w powietrze z powrotem. Jaka jest energia potencjalna rozciągniętej sieci jeżeli nie ma rozproszenia energii przez siły niezachowawcze?  
Odp.: 1800 kGm.
18. Wykazać, że jeżeli rzuty ukośne charakteryzują się jednakowymi prędkościami początkowymi  $v_0$ , to pomimo że kąty wyrzutu są różne, prędkości  $v$  na tych samych poziomach są jednakowe i nie zależą od kąta wyrzutu.
19. Utrzymuje się, że wielkie drzewa wyparowują dziennie około 910 kg wody. (a) Przyjmując, że przeciętny poziom wzniesienia wody wynosi 9.1 m, obliczyć ile energii trzeba zużyć aby tego dokonać. (b) Ile będzie wynosiła przeciętna moc, przyjmąwszy, że parowanie trwa 12 godzin dziennie?  
Odp.: (a)  $2.3 \cdot 10^{-2}$  kWh; (b) 1.9 W.
20. Ciało będące początkowo w spoczynku spada a wysokości  $h$ . Ustalić energię kinetyczną i potencjalną ciała jako funkcję (a) czasu i (b) wysokości. Narysować wykres tych funkcji i wykazać, że ich suma, energia całkowita, jest stała w każdym przypadku.
21. Cząstka  $\alpha$  (jądro helu) znajdująca się w dużym jądrze jest w nim utrzymywana przez potencjał, którego kształt jest pokazany na rysunku. (a) Znaleźć funkcję zmiennej  $x$ , która miałaby w przybliżeniu ten kształt i wartość minimalną  $U_0$  dla  $x = 0$  oraz maksymalną  $U_1$  dla  $x = x_1$  i  $x = -x_1$ . (b) Wyznaczyć siłę oddziaływania cząstki  $\alpha$  z jądrem jako funkcję położenia  $x$ . (c) Opisać, jakie ruchy są możliwe w tym układzie.

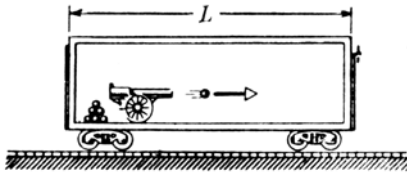


22. Wahadło przedstawione na rysunku ma długość  $l = 4$  m. Po uwolnieniu kulka wahadła porusza się w dół po łuku zaznaczonym linią przerywaną. Obliczyć prędkość kulki w chwili, gdy znajduje się ona w najniższym punkcie toru.



23. Udowodnić, że stosunek odległości dwóch punktów materialnych od ich środka masy jest równy stosunkowi odwrotności ich mas.
24. Masy i współrzędne czterech punktów materialnych są następujące: 5 kg,  $x = y = 0$  cm; 3 kg,  $x = y = 8$  cm; 2 kg,  $x = 3$  cm,  $y = 0$  cm; 6 kg,  $x = -2$  cm,  $y = -6$  cm. Znaleźć współrzędne środka masy tej grupy punktów materialnych.
25. Dwa klocki o masach 1 kg i 3 kg połączone sznurkiem leżą w stanie spoczynku na doskonale gładkiej powierzchni. Jeżeli klockom nadano różne prędkości i pierwszy porusza się z prędkością 1.7 m/s w kierunku środka masy, który pozostaje w spoczynku, to jaka jest prędkość drugiego klocka?  
Odp.: 0.57 m/s, w kierunku środka masy.
26. We wnętrzu zamkniętego wagonu kolejowego znajduje się armatka wraz z zapasem pocisków, jak na rysunku. Armatka strzela na prawo, wagon cofa się na lewo. Pociski, po uderzeniu w przeciwległą ścianę, pozostają w wagonie. Udowodnić, że – niezależnie od tego, jak pociski są wystrzeliwane – wagon kolejowy nie może potoczyć

się dalej niż na odległość  $L$  równą swojej długości, przy założeniu, że zaczyna on poruszać się ze stanu spoczynku.

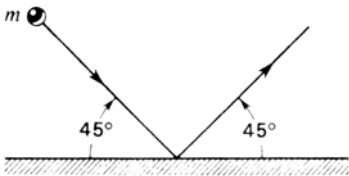


27. W łodzi o płaskim dnie stoi pies o ciężarze 5 kG. Jest on oddalony od brzegu o 7 m. Idąc po dnie łodzi w kierunku brzegu, przebywa on odległość 3 m, a następnie się zatrzymuje. Ciężar łodzi wynosi 20 kG. Można przyjąć założenie, że między łodzią a wodą nie ma tarcia. Jak daleko od brzegu znajdzie się pies w chwili zatrzymania się? (Uwaga: środek masy układu łódź+pies nie porusza się. Dlaczego?)

Odp.: 5.25 m.

28. Piłkę 50 g wyrzucono w powietrze z prędkością początkową 15 m/s pod kątem 45 stopni. (a) Jaka jest wartość energii kinetycznej na początku, a jaka tuż przed uderzeniem piłki w ziemię? (b) Znaleźć odpowiednie wartości pędu (wartość i kierunek). (c) Wykazać, że zmiana pędu jest równa ciężarowi piłki pomnożonemu przez czas lotu.
29. Ciało 5 kg uderza z prędkością 30 m/s w płytę stalową pod kątem 45 stopni i odbija się z tą samą prędkością i pod tym samym kątem, patrz rysunek. Jak zmienia się wartość i kierunek pędu ciała?

Odp.: 210 kg·m/s, prostopadle do płyty.



30. Człowiek o masie 100 kg, stojący na powierzchni o bardzo małym tarciu, kopnął do przodu kamień o masie 0.1 kg, który leżał przy jego stopie, tak że nadał mu prędkość początkową 10 m/s. Jaką prędkość uzyska człowiek wskutek tego kopnięcia?

Odp.:  $10^{-2}$  m/s, do tyłu.

31. Karabin maszynowy strzela pociskami o masach równych 50 g, nadając im prędkość 1000 m/s. Strzelec trzymający karabin maszynowy jest w stanie zrównoważyć średnią siłę oddziaływania, nie większą niż 180 N. Określić maksymalną liczbę pocisków, jaka może być wystrzelona w ciągu minuty.

Odp.: 220 pocisków na minutę.

32. Ciało o masie 8 kg, nie będące pod wpływem działania siły zewnętrznej, przemieszcza się z prędkością 2 m/s. W pewnej chwili następuje wewnętrzna eksplozja powodująca pęknięcie tego ciała na dwie części, każda o masie 4 kg. W wyniku eksplozji układ, który stanowią te dwie części, otrzymuje energię kinetyczną ruchu postępowego równą 16 J. Przy założeniu, że żadna część nie opuszcza linii pierwotnego ruchu, znaleźć prędkość i kierunek ruchu każdej z nich.

Odp.: Jedna część zatrzymuje się całkowicie, druga porusza się w dalszym ciągu z prędkością 4 m/s.

33. Rakieta oddala się od Układu Słonecznego z prędkością  $6 \cdot 10^3$  m/s. Rakieta odstrzeliwuje swój silnik, który wyrzuca gazy spalinowe ze względną prędkością  $3 \cdot 10^3$  m/s. Masa rakiety wynosi w tym momencie  $4 \cdot 10^4$  kg, a jej przyspieszenie  $2 \text{ m/s}^2$ . (a) Jaka jest prędkość gazów spalinowych względem Układu Słonecznego? (b) W jakim tempie były wyrzucane gazy podczas wystrzeliwania silnika?

Odp.: (a)  $3 \cdot 10^3$  m/s; (b) 27 kg/s.

34. Samolot odrzutowy porusza się z prędkością 180 m/s. W czasie każdej sekundy silnik samolotu wciąga  $68 \text{ m}^3$  powietrza o masie 70 kg i w czasie każdej sekundy powietrze to jest zużyte do spalania 2.9 kg paliwa. Energia wydzielana przy spalaniu powoduje sprężenie produktów spalania i wyrzucenie ich z prędkością początkową 490 m/s względem samolotu przez dyszę umieszczoną z tyłu samolotu. Znaleźć (a) siłę ciągu silnika odrzutowego i (b) wydzieloną przez niego moc.

Odp.: (a)  $2.3 \cdot 10^4$  N; (b)  $4.1 \cdot 10^6$  W.

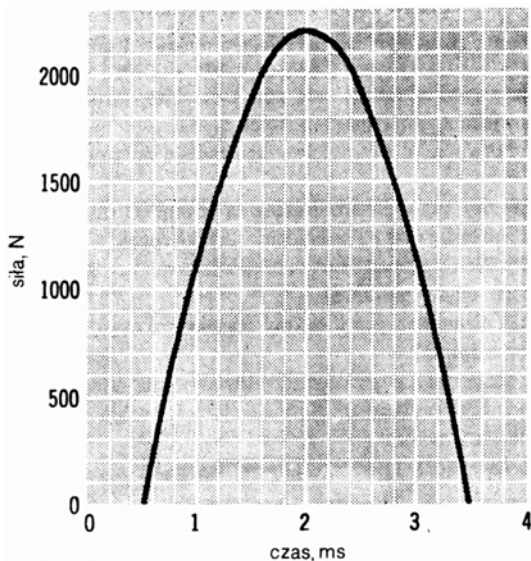
35. Piłka o masie  $m$  i prędkości  $v$  uderza prostopadle w ścianę, po czym odbija się od niej z prędkością nie zmienioną co do wartości. Jaką średnią siłą oddziałuje piłka na ścianę, jeżeli czas zderzenia wynosi  $\Delta t$ ?

Odp.:  $2mv/t$ .

36. Strumień wody z węża został skierowany na ścianę. Jeżeli prędkość wody wynosi 5 m/s, a przez wąż przepływa 300 cm<sup>3</sup>/s, to jaką przeciętną siłę wywiera na ścianę strumień wody? Przyjąć, że woda pryska do tyłu w nieznacznej ilości. Gęstość wody wynosi 1 g/cm<sup>3</sup>.

Odp.: 1.5 N.

37. Piłka krykietowa o masie 0.5 kg wskutek uderzenia rakieta otrzymuje popęd pokazany na wykresie. Jaka będzie prędkość piłki tuż po osiągnięciu przez siłę wartości równej zero?



38. W wahadło balistyczne o masie 2 kg uderza pocisk o masie 10 g. Po tym uderzeniu środek masy wahadła unosi się o 12 cm, licząc w kierunku pionowym. Obliczyć prędkość pocisku tuż przed zderzeniem, przyjmując, że utkwiał on w wahadle.

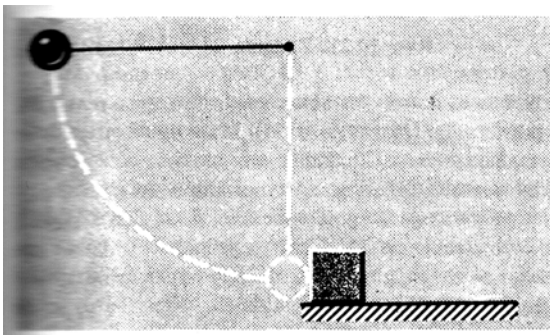
Odp.: 310 m/s.

39. (a) Pokazać, że gdy zderzenie jest sprężyste oraz jednowymiarowe, prędkość środka masy dwóch cząstek: o masie  $m_1$  poruszającej się z prędkością początkową  $v_{1i}$  oraz o masie  $m_2$  poruszającej się z prędkością początkową  $v_{2i}$  wynosi

$$v_{\text{śr.m.}} = \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}.$$

- (b) Znaleźć podobne wyrażenie na prędkość  $v_{\text{śr.m.}}$  po zderzeniu, posługując się wzorami na prędkość  $v_{1f}$  i  $v_{2f}$  powyższych cząstek po ich zderzeniu się.

40. Do linki o długości 70 cm przytwierdzono metalową kulkę o masie 0.5 kg i pozwolono jej opaść w dół w chwili, gdy linka znajdowała się w pozycji poziomej. W najniższym punkcie swej drogi kulka uderza w znajdujący się w spoczynku na poziomej powierzchni blok stalowy o masie 2.5 kg, patrz rysunek. Zderzenie jest sprężyste. Znaleźć (a) prędkość kuli oraz (b) prędkość bloku tuż po zderzeniu.



41. Z atomem wodoru, znajdującym się w spoczynku, elektron zderza się w sposób sprężyste. Ruch przed i po zderzeniu odbywa się wzdłuż tej samej prostej. Jaką część energii kinetycznej elektronu otrzyma wskutek zderzenia atom wodoru? Masa atomu wodoru jest 1840 razy większa od masy elektronu.

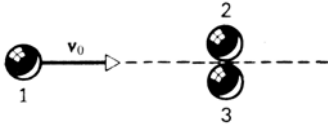
Odp.: 0.22%.

42. Waga jest wyzerowana. Cząstki spadają z wysokości 9 m na szalkę wagi i zderzają się z nią sprężysto, tzn. że odbijają się w górę z tą samą prędkością. Jeżeli cząstka ma masę 10 g i spada ich 100 w ciągu sekundy, to jakie będzie wskazanie wagi w kilogramach?

43. Dwa samochody  $A$  i  $B$  jadące odpowiednio na zachód i południe zderzają się na skrzyżowaniu, a po zderzeniu szepiają się ze sobą. Przed zderzeniem samochód  $A$  (ciężar  $450\text{ kG}$ ) jedzie z prędkością  $60\text{ km/h}$ , a samochód  $B$  (ciężar  $600\text{ kG}$ ) z prędkością  $90\text{ km/h}$ . Znaleźć wartość i kierunek prędkości szepionych samochodów tuż po ich zderzeniu.

44. Piłka o prędkości początkowej  $10\text{ m/s}$  zderza się sprężysto z dwoma identycznymi piłkami których środki leżą na prostej prostopadłej do kierunku prędkości początkowej i które się stykają, patrz rysunek. Pierwsza piłka skierowana jest prosto w ten punkt styczności i piłki są doskonale gładkie. Znaleźć prędkości trzech piłek po zderzeniu. (Wskazówka: kierunki dwóch początkowo nieruchomych piłek można znaleźć rozważając kierunek popędu, jaki zyskały podczas zderzenia).

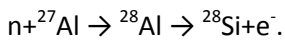
Odp.:  $\vec{v}_2$  i  $\vec{v}_3$  pod kątem  $30^\circ$  do  $\vec{v}_0$ , o wartości  $6.9\text{ m/s}$ .  $\vec{v}_1$  będzie miało kierunek przeciwny do  $\vec{v}_0$  i wartość  $2\text{ m/s}$ .



45. Dwie kule o promieniach  $r_1$  i  $r_2$  ulegają zderzeniu. Jaki będzie przekrój czynny na zderzenie, w czasie którego kule ulegają zetknięciu?

Odp.:  $\pi(r_1 + r_2)^2$ .

46. W folie aluminiowej o grubości  $10^{-5}\text{ m}$  uderzają powolne neutrony. Pewna liczba neutronów jest wychwycona przez aluminium, które staje się promieniotwórcze i rozpadając się emituje elektrony ( $e^-$ ), tworząc krzem:



Przypuśćmy, że strumień neutronów wynosi  $3 \cdot 10^{16}\text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ , a przekrój czynny na wychwyt neutronów jest równy  $0.23\text{ barnów}$ . Ile przemian zachodzi w ciągu sekund w jednostkowym polu?