

## VI Fale de Broglie'a (własności, omówienie doświadczeń).

**W 1923 r. L. de Broglie wysunął hipotezę, że dwoiste, to jest korpuskularno – falowe zachowanie się jest cechą nie tylko promieniowania, lecz również materii. Tak samo jak z fotonem jest stowarzyszona pewna fala świetlna, która rządzi jego ruchem, tak i cząsteczce materialnej przypisana jest pewna, określająca jej ruch fala materii.**

Za to odkrycie de Broglie otrzymał nagrodę Nobla w 1929 roku.

De Broglie zaproponował, żeby falowe aspekty materii powiązać ilościowo z ich cechami korpuskularnymi w dokładnie taki sam sposób, jak w przypadku promieniowania. Dla materii jak i promieniowania całkowita energia  $E$  dowolnego obiektu fizycznego jest związana z częstotliwością  $\nu$  fali stowarzyszonej opisującej jego ruch następującą relacją:

$$E = h\nu ,$$

a pęd  $p$  tego obiektu związany jest z długością przypisanej mu fali następującą równością:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Wielkości charakterystyczne dla cząstki - energia i pęd - są związane za pośrednictwem stałej Plancka  $h$  z wielkościami charakterystycznymi dla fali - częstotliwością  $\nu$  i długością fali  $\lambda$ . **Wzór w postaci**

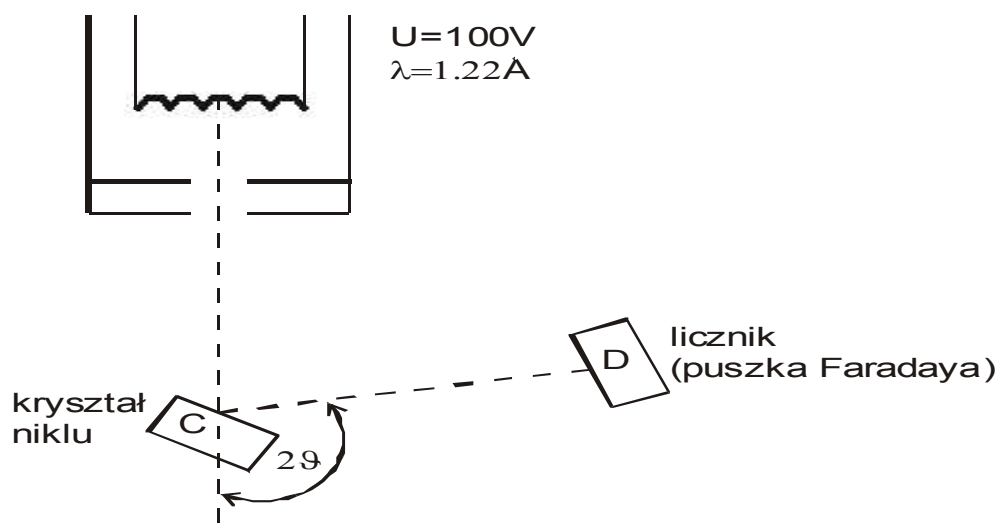
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

**zwany jest wzorem de Broglie'a. Określa on długość fali de Broglie'a  $\lambda$ , czyli długość fali materii stowarzyszonej z ruchem cząstki materialnej o pędzie  $p$ .**

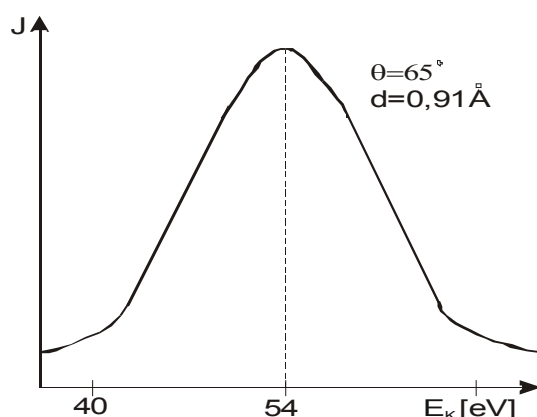
W celu zaobserwowania falowych aspektów ruchu cząstek materialnych musimy dysponować układem fizycznym o otworach lub przesłonach mających odpowiednio małe rozmiary. Takim układem możliwym do wykorzystywania w doświadczeniu jest sieć krystaliczna o odległościach między sąsiednimi płaszczyznami atomowymi rzędu  $1\text{\AA}$ . Doświadczenia potwierdzające słuszność teorii de Broglie'a przeprowadzili Davisson i Germer w 1927 roku oraz Thomson w 1928 roku. W 1937 roku Davisson i Thomson otrzymali nagrodę Nobla.

Dla elektronów przyspieszanych napięciem  $U$  spełniona jest relacja:

$$\lambda [\text{nm}] = \frac{1,225}{\sqrt{U [\text{V}]}}$$

**Doświadczenie Davissona-Germara.**

Elektrony emitowane przez rozgrzane włókno przyspieszane są za pomocą różnicy potencjałów  $U$  i wylatują z „działka elektronowego” mając energię kinetyczną równą  $eU$ . Wiązka elektronów pada następnie na monokryształ niklu (C). Detektor (D) ustawiony jest pod pewnym kątem  $2\theta$  i dla różnych wartości napięcia przyspieszającego  $U$  mierzone jest natężenie rozproszonej wiązki.



Obecność maksimum w rozkładzie natężenia elektronów stanowi jakościowy dowód słuszności postulatu de Broglie’a. Istnienie tego maksimum można wyjaśnić jedynie jako wynik interferencji fal rozproszonych na periodycznie rozmieszczonych atomach, tworzących płaszczyzny krystaliczne monokrystału. Zjawiska tego nie da się wytłumaczyć na podstawie analizy ruchu cząstki klasycznej, lecz tylko na gruncie teorii ruchu falowego. Interferencja z jaką mamy do czynienia w omawianym doświadczeniu nie jest interferencją fal stowarzyszonych z jednym elektronem z falami stowarzyszonymi z innymi elektronami. Jest to interferencja związanych z tym samym elektronem fal ugiętych na różnych obszarach kryształu.

Wszystkie wyniki doświadczalne zgadzały się doskonale, ilościowo i jakościowo, z postulatem de Broglie’a i stanowiły przekonujący dowód na to, że cząstki materialne poruszają się zgodnie z prawami ruchu falowego.

Korzystając z **warunku Bragga na wzmocnienie** możemy wyliczyć długość fali

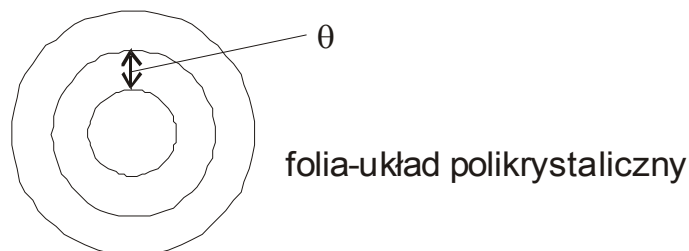
$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \theta = 2 \cdot 0,91 \cdot \sin(65^0) = 1.65 \text{ \AA}$$

i porównać ją z długością fali de Broglie'a.

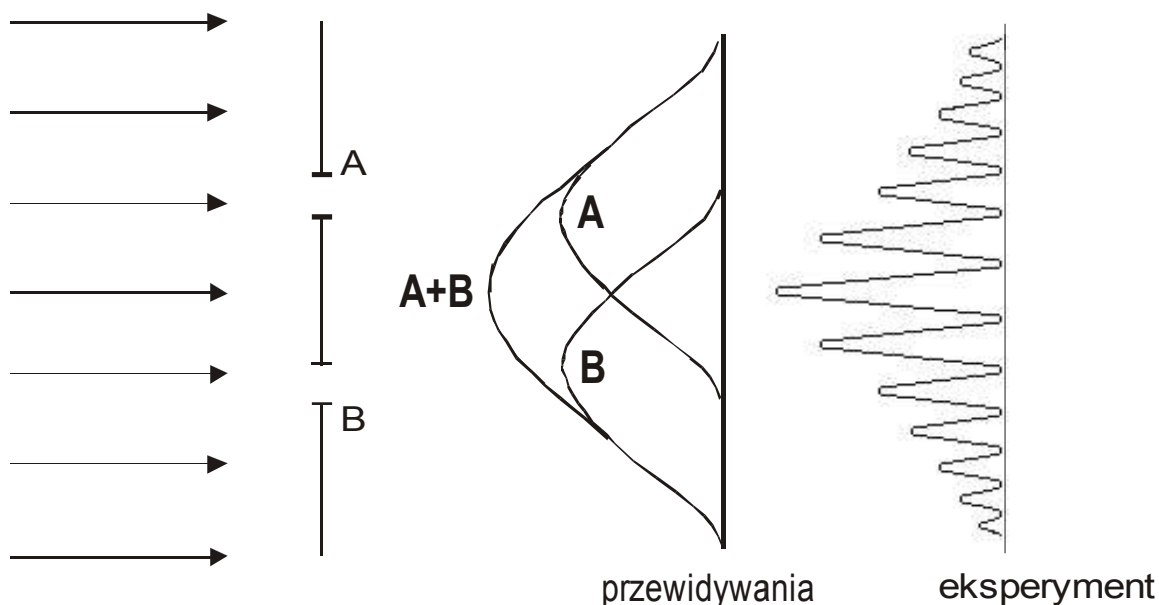
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{12,25}{\sqrt{U}} = \frac{12,25}{\sqrt{54}} = 1.67 \text{ \AA}$$

W granicach błędu wartości długości fali są takie same.

### Doświadczenie Thomsona.



Thomson wykazał, że wiązka elektronów przechodząc przez cienkie folie polikrystaliczne ( np. złota, aluminium, miedzi) ulega również dyfrakcji, a następnie w sposób niezależny szczegółowo potwierdził relację de Broglie'a  $\lambda = h/p$ . Polikrystały to substancje składające się z dużej liczby przypadkowo zorientowanych mikroskopijnych kryształów. Thomson stosował elektrony o dużej energii, a więc bardziej przenikliwe, tak że wiele setek płaszczyzn atomowych brało udział w tworzeniu fali ugiętej. Otrzymał pierścienie dyfrakcyjne podobne do tych uzyskiwanych przy dyfrakcji promieniowania X. Za pomocą tego doświadczenia można było wyznaczyć odległości międzypłaszczyznowe oraz stałe sieci krystalicznej metalu.



### Doświadczenie Sterna.

W 1929 roku Otto Stern przeprowadził dyfrakcję atomów wodoru i helu na kryształach fluorku litu i chlorku sodu (nagroda Nobla dla Sterna w 1943 roku). Dla gazu idealnego cząsteczek materiałowych o masie  $m$  będącego w równowadze termodynamicznej w temperaturze  $T$ , najbardziej prawdopodobna prędkość cząsteczki wynosi (z rozkładu Maxwella):

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Dla  $T = 360 \text{ K}$  otrzymujemy :

$$\lambda_H = 1,3 \text{ \AA}$$

$$\lambda_{He} = 0,9 \text{ \AA}$$

Doświadczenia potwierdziły, że nie tylko elektrony, lecz wszystkie poruszające się materialne obiekty, naładowane i nienaładowane, wykazują cechy falowe w warunkach charakterystycznych dla optyki fizycznej. Stern wykonał doświadczenia, z których wynika istnienie zjawisk dyfrakcyjnych w przypadku rozpraszania wiązek atomów wodoru oraz wiązek atomów helu. Ponadto Fermi, Marshall i Zinn zademonstrowali występowanie zjawisk interferencji i dyfrakcji dla powolnych neutronów.

### **Własności fal materii.**

Fale, zarówno dla fotonów, jak i dla cząstek materialnych, możemy traktować jako zwartą grupę małych fal składowych. Pomysł grupy fal poruszającej się z prędkością różną od prędkości jej fal składowych odgrywa istotną rolę w koncepcji de Broglie'a. Cząstki materialne i kwanty światła (fotony) są grupami fal (pakietami) niosącymi energię i pęd. Taki pakiet falowy normalnie obserwujemy jako cząstkę (elektron, proton, foton...). Jednakże fale składowe pakietu składają się z wielu fal o zbliżonych długościach, które tworzą razem wypadkową. Fale składowe są w zgodnej fazie blisko środka grupy, gdzie indziej natomiast są przesunięte w fazie i znoszą się. Indywidualne fale składowe rozciągają się jednak daleko po obu stronach pakietu i poruszają się prędzej niż grupa.

Cząstka o masie  $m$  i prędkości  $v$  ma pęd  $mv$ ; jej pakiet falowy porusza się z PRĘDKOŚCIĄ GRUPOWĄ  $v$ , fale składowe zaś poruszają się z prędkością fazową  $v_f$  większą niż  $v$ .

#### ***Prędkość fazowa.***

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} > c$$

Dla cząstki materialnej  $v_f > c$ . Wraz ze wzrostem pędu prędkość fazowa maleje aż do prędkości światła.

#### ***Prędkość grupowa* (prędkość przenoszenia informacji)**

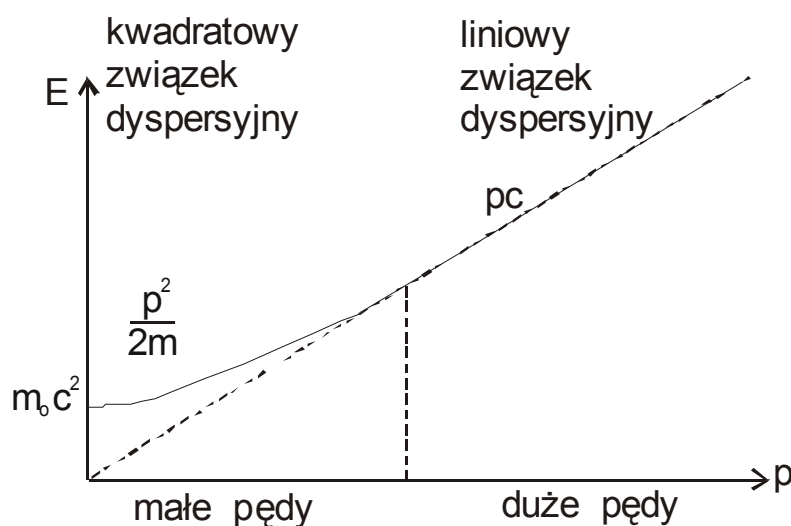
Korzystając z niezmiennika relatywistycznego  $E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$  otrzymujemy :

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} = v$$

Pochodna to styczna do wykresu  $E(p)$ , jest więc zawsze mniejsza od prędkości światła.

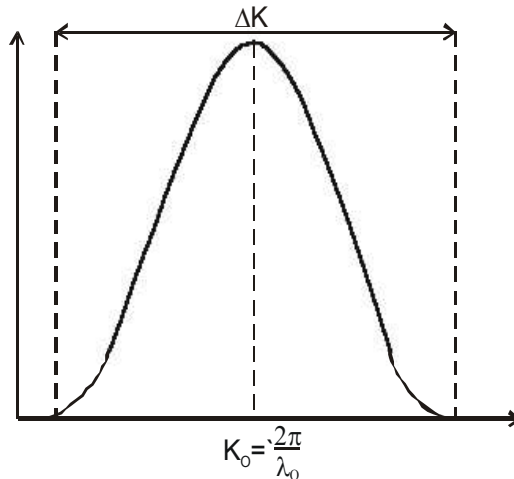
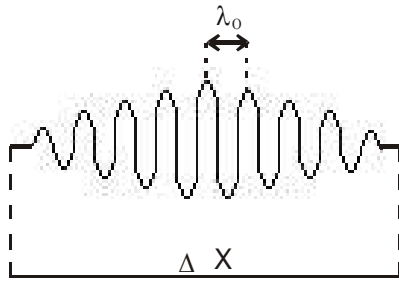
Z powyższych relacji otrzymujemy  $v \cdot v_f = c^2$ . Nie przeczy to teorii względności, gdyż fale składowe są falami fazowymi, które nie przenoszą energii z tą prędkością. Pojęcie cząstki jako zwartego pakietu falowego nie wyjaśnia dualizmu falowo-korpuskularnego, ale ułatwia przyjęcie takiego punktu widzenia.

*Zależność  $E(p)$  – związek dyspersyjny.*



**Związek dyspersyjny w zależności od wartości pędu przechodzi z kwadratowego w liniowy.**

*Paczka falowa i zasada nieoznaczoności.*



Można pokazać, że dla paczki falowej zlokalizowanej w obszarze o szerokości  $\Delta x$  :

$$\Delta k \geq \frac{1}{\Delta x}$$

oraz 
$$\Delta p = \Delta\left(\frac{h}{\lambda}\right) = \Delta\left(\frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}\right) = \Delta(\hbar \cdot k) = \hbar \cdot \Delta k$$

czyli 
$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$$

Z faktu, że z cząstką stowarzyszona jest fala, a zaburzenie jest lokalne, dostajemy zasadę nieoznaczoności Heisenberga. Heisenberg sformułował ją w 1927r.

**Wśród wielkości fizycznych opisujących zachowanie układu atomowego można wyróżnić pary o tej własności, że niemożliwe jest równoczesne przeprowadzenie ścisłego pomiaru obu wielkości z danej pary. Iloczyn nieoznaczoności obu zmiennych wynosi co najmniej  $\hbar$ .**

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar$$

Nie znamy warunków brzegowych ze stuprocentową dokładnością, więc nie jesteśmy w stanie przewidzieć ewolucji układu, a zasada nieoznaczoności zakłada, że nigdy nie będziemy znali warunków brzegowych. Pojęcie toru przestaje mieć sens, ponieważ równanie ruchu nie ma przewidywanych rozwiązań. Należało stworzyć teorię opartą na rachunku prawdopodobieństwa.

### **Neutronografia.**

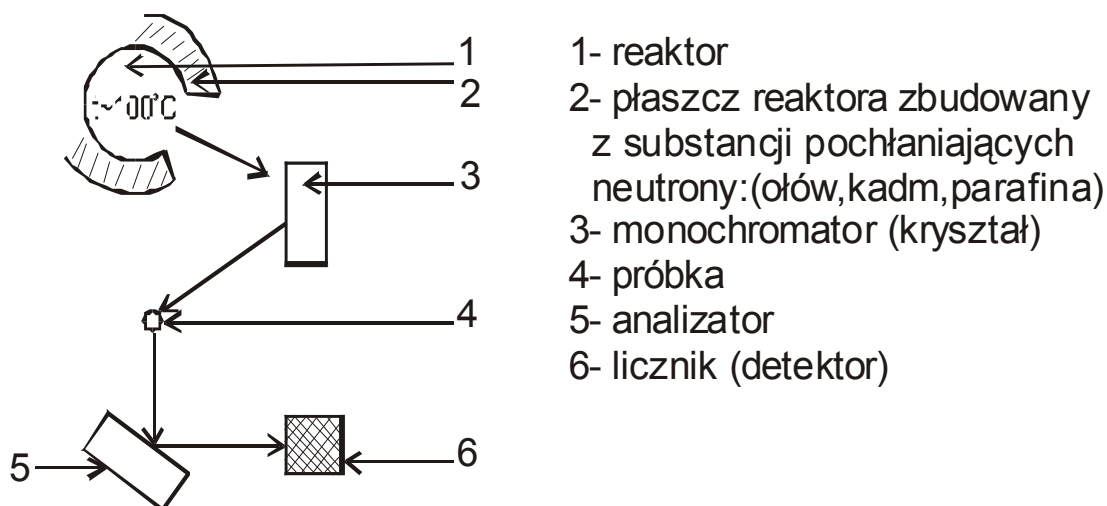
Odkąd przekonano się, że z cząstkami można stowarzyszyć fale, rozwinęła się dość szybko jedna z metod badawczych – neutronografia.

Związane jest to z pewnymi charakterystycznymi własnościami neutronów. W temperaturze niewiele wyższej od temperatury pokojowej ( $T = 300$  K) neutrony mają bardzo korzystną długość fali. Ponadto neutrony są cząstkami obojętnymi, więc ich oddziaływanie z materią jest w znaczny sposób ograniczone, dzięki czemu neutrony mogą głęboko wnikać w badaną próbkę, w przeciwieństwie np. do elektronów, dla zatrzymania których wystarczy

cienka folia metalowa. Elektronami można badać wyłącznie powierzchnie próbek, natomiast neutronami w zasadzie całość, ponieważ neutrony oddziałują tylko z jądrami (ze względu na różnicę mas prawie nie widzą elektronów). Nawet fakt zderzenia neutronu z jądrem jest mało prawdopodobny, a nie działają tu żadne siły dalekiego zasięgu, które zwiększałyby przekrój czynny tego zjawiska.

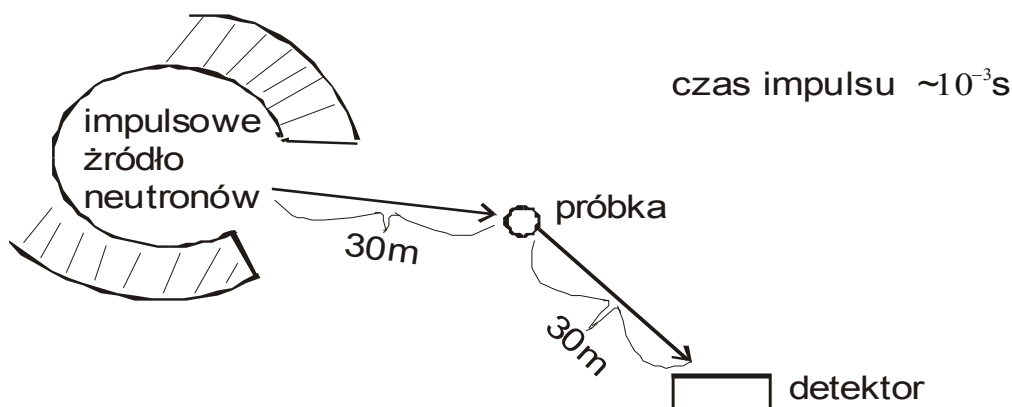
Właśnie tę dużą przenikliwość wykorzystano w neutronografii do badania nawet dużych próbek. Głównym źródłem neutronów są reaktory lub źródła spalacyjne.

#### *Spektrometr TAS (trzyosiowy)*



W reaktorze wytwarza się  $10^{10} - 10^{12}$  neutronów na  $\text{cm}^2$  na s. Neutrony o stosunkowo dużej masie i energii około  $10^{-3}$  eV łatwo wzbudzają drgania sieci (są to tzw. nieelastyczne oddziaływania neutronów z siecią krystaliczną). Drgania te nazywamy **fononami** (w przeciwieństwie do fotonów, które są elektromagnetycznymi drganiami próżni). Analizator to kryształ, który daje analizę energii neutronów (również uwzględnia nieelastyczne oddziaływania z siecią monochromatora).

#### *Spektrometr TOF (time of flight)*



Im większa energia neutronów, tym większa prędkość. Żeby zmierzyć długość fali, wystarczy zmierzyć prędkość neutronów, czyli czas przelotu. Takie termiczne neutrony mają prędkość kuli karabinowej. Żeby to zmierzyć, robi się urządzenia zwane czoperami. Czopery przerywają impulsowo wiązkę neutronów, sterując przepustowością kanałów. Do takich pomiarów stosuje się też impulsowe źródła neutronów.

**Na podstawie określania czasu przelotu można analizować całą wiązkę neutronów złożoną z cząstek o różnej długości fali.**

W reaktorach w czasie zachodzenia reakcji jądrowej dostajemy neutrony prężkie, więc trzeba zmniejszyć ich energię – oziębic je. Proces ten realizowany jest w bardzo prosty sposób: polega na zderzaniu rozpędzonych neutronów i stopniowym wytrącaniu energii. Ostatecznie otrzymujemy neutrony termiczne. Urządzenie, które powoduje zmianę energii neutronów nazywamy moderatorem; najczęściej spotykane są moderatory grafitowe.

Reaktory nie są jednak jedynymi źródłami neutronów. Do badań wykorzystuje się tzw. źródła spalacyjne, ponieważ są prostsze i bezpieczniejsze od reaktorów. **Źródłem spalacyjnym nazywamy każdą tarczę, której atomy rozszczepiają się pod wpływem bombardowania rozpędzonymi cząstkami.** Niewątpliwą zaletą tej metody jest możliwość przerywania procesu w każdej chwili i natychmiastowe jego zakończenie w przeciwieństwie do reaktorów, gdzie trzeba czekać aż urządzenie samo wygaśnie, a ponadto zostają odpady, które trzeba cały czas kontrolować.

Neutronografia jest dobrze rozwiniętą dziedziną nauki. Polega ona na wykorzystywaniu neutronów termicznych (tylko one mają odpowiednią długość fali) do dyfrakcji. Do przeprowadzania badań i analizowania wyników stosuje się spektrometry TAS i TOF. Neutrony charakteryzują się dużą przenikliwością, a także momentem magnetycznym, dzięki czemu mogą służyć do badań struktur magnetycznych.