

8. Ogólne równanie stanu gazów doskonałych.

I. Gaz cząstek materialnych (kwadratowy związek dyspersyjny)

Gaz doskonały jest wyidealizowanym układem termodynamicznym (zakłada się zerową objętość cząsteczek gazu i zaniedbuje się ich oddziaływanie poza zderzeniami). Z doświadczeń wynika, że wszystkie gazy dostatecznie rozrzedzone zachowują się w uniwersalny sposób. Gaz doskonały jest idealizacją tego zachowania.

Parametrami gazu doskonałego są: P , V , T , N .

$PV = nRT$ lub $PV = NkT$ **równanie stanu gazu doskonałego** (równanie Clapeyrona)

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

1.

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\underbrace{\left(\frac{n_x \Pi}{L_x} \right)^2}_{k_x^2} + \underbrace{\left(\frac{n_y \Pi}{L_y} \right)^2}_{k_y^2} + \underbrace{\left(\frac{n_z \Pi}{L_z} \right)^2}_{k_z^2} \right)$$

$$F = -\text{grad } E \qquad F_x = -\frac{\partial E}{\partial l_x}$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial L_x} \left[\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x \Pi}{L_x} \right)^2 \right] = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot 2 \frac{n_x \Pi}{L_x} \cdot \frac{n_x \Pi}{L_x^2} = \frac{\hbar^2}{2m} 2k_x^2 \frac{1}{L_x}$$

$$F_x = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_x^2}{L_x} \qquad F_y = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_y^2}{L_y} \qquad F_z = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_z^2}{L_z}$$

$$p_x = \frac{F_x}{S}$$

S – powierzchnia ścianki w kierunku x : $S = L_y L_z$

$$p_x = \frac{F_x}{L_y L_z} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_x^2}{L_x L_y L_z}$$

$$p_x = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_x^2}{V}; \quad p_y = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_y^2}{V}; \quad p_z = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2k_z^2}{V}$$

$$p_x + p_y + p_z = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{V} = \frac{2\hbar^2 k^2}{2mV} = \frac{2E}{V}$$

$$\bar{p}_x + \bar{p}_y + \bar{p}_z = \frac{2\bar{E}}{V} \quad \text{z prawa Pascala: } \bar{p}_x = \bar{p}_y = \bar{p}_z = \bar{p}$$

$$3\bar{p} = \frac{2\bar{E}}{V} \quad \bar{p}V = \frac{2}{3}\bar{E}$$

$$\bar{p}V = \frac{2}{3}\bar{E} \quad (2 \text{ w liczniku – wykładnik związku dyspersyjnego; } 3 \text{ w mianowniku – liczba stopni swobody})$$

$$\text{jeśli } \bar{E} = \frac{3}{2}kT, \text{ to } \bar{p}V = kT;$$

$$\text{dla } N \text{ cząstek: } \bar{p}V = NkT \text{ (równanie Clapeyrona)}$$

2. Można równanie wyprowadzić także z funkcji rozdziału (punkt VI)
3. Z twierdzenia o wiriale dla gazu doskonałego (punkt VII)
4. Z maxwellowskiego rozkładu prędkości.

II. Gaz fotonowy (liniowy związek dyspersyjny)

Wyprowadzenie jak wyżej: współczynnik $1/3$ bo liniowy związek dyspersyjny, a przestrzeń trójwymiarowa. Równanie stanu:

$$\bar{p}V = \frac{1}{3} \bar{E}$$

$$\frac{\bar{E}}{V} = \sigma T^4 \quad \text{prawo Stefana}$$