Informatyka Ir., grupa 8 6 kwietnia 2020 **wskazówki do zestawu (5)**

ad 1b. Gdzie jest punkt równowagi trwałej? Sprawdź czy siła jest proporcjonalna do wychylenia od tego punktu i czy jest przeciwnie skierowana do tego wychylenia?

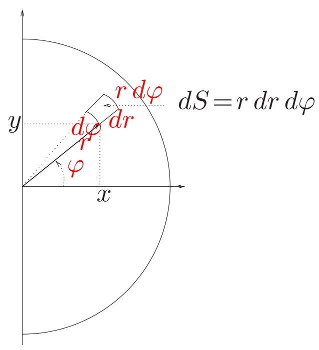
ad 3. $v = 57,5$ km/h.

ad 4. ZZP: składowa pozioma pędu nie zmienia się w wyniku wybuchu. Czy uzyskałeś odpowiedź : $x_{tot} = \frac{4}{3}\frac{v_o^2 \sin 2\beta}{2g}$?

ad 5. Zróżniczkuj po czasie $\vec{r}_{CM}$.

ad 6.
Przydatne są, i proszę powtórzyć w szczególności z "abc..." pochodne.pdf rozdz.2.3, str.4 o różniczkowych elementach $dl, dS, dV, d\omega$, a także w tekście układy_współrzędnych.pdf rozdz. 3.2 (przy końcu rozdziału); dalej – całkowanie.pdf: o całkach krzywoliniowej, powierzchniowej, objętościowej oraz tamże przykład 1, str.1.
Podaję rozwiązanie, jako przykład, zadania 15c zestaw i03, którego nikt nie rozwiązał prawidłowo (proszę obowiązkowo prześledzić).
$M = \int\limits_M dm = \int\limits_V \rho(r, \theta\varphi)\, dV$. Elementarna objętość w układzie sferycznym $dV = r^2 \sin\theta\, dr d\theta\, d\varphi$ nieskończenie to mała bryłka o bokach $dr, rd\theta, r\sin\theta\, d\varphi$). Wstawiając gęstość $\rho = \rho_o\,(1 + kr)\sin\theta$ mamy:
$M = \int\limits_0^R \int\limits_0^\pi \int\limits_0^{2\pi} \rho_o\,(1 + kr) r^2 \sin^2\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$. Całkowanie należy przeprowadzić dla każdej zmiennej niezależnie i w dowolnej kolejności. Całkując po jednej z nich pozostałe zmienne traktujemy jako stałe. Np. całkowanie po r wygląda daje: $M = \int\limits_0^R \int\limits_0^\pi \int\limits_0^{2\pi} \rho_o\,(1 + kr) r^2\, \sin^2\theta\, dr d\theta\, d\varphi = \int\limits_0^\pi \int\limits_0^{2\pi} \rho_o \left(\int\limits_0^R (1 + kr) r^2\, dr \right) \sin^2\theta\, dr d\theta\, d\varphi =$
$\int\limits_0^\pi \int\limits_0^{2\pi} \rho_o\,(\frac{R^3}{3} + k\frac{R^4}{3}) \sin^2\theta\, d\theta\, d\varphi$. Kolejne całkowanie np, po φ wyrzuca czynnik 2π bo funkcja podcałkowa nie zależy od tego kąta. $M = 2\pi\rho_o\,(\frac{R^3}{3} + k\frac{R^4}{4}) \int\limits_0^\pi \sin^2\theta\, d\theta$. Po ostatnim całkowaniu mamy odpowiedź:
$M = \pi\rho_o\, R^3(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}kR)$.

<u>Rozwiązanie dla zad. 6d.</u>
Mamy do czynienia z przypadkiem płaskim, a symetria problemu jest taka, że skłania do wyboru układu biegunowego. Szukamy współrzędnych środka masy X_{CM} i Y_{CM} (to są akurat współrz. kartezjańskie). Z symetrii zagadnienia mamy $Y_{CM} = 0$ (uzasadnij). Płytka jest jednorodna, więc gęstość powierzchniowa σ jest stała, czyli $M = \sigma S,\ dm = \sigma dS$. Współrzędna X_{CM}:
$X_{CM} = \dfrac{1}{M}\int\limits_M x\, dm = \dfrac{1}{S}\int\limits_S x\, dS = \dfrac{2}{\pi R^2}\int\limits_0^R \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} r\cos\varphi \cdot r\, dr\, d\varphi$. Całkowanie po φ daje 2, całkowanie po r daje $\frac{1}{3}R^3$. Wynik: $X_{CM} = \frac{4}{3\pi}R = 0.42R$.
Odpowiedź: $\vec{R}_{CM} = (0.42R, 0)$.



<u>Odp. 6b</u>: Przy oznaczeniach L - długość pręta, λ_o i λ_k - początkowa i końcowa gęstość liniowa:
$X_{CM} = \dfrac{\lambda_o + 2\lambda_k}{3(\lambda_o + \lambda_k)}L$, dla danych liczbowych w temacie $X_{CM} = \frac{50}{9}$ cm.

ad 7.
ad a) Pęd całkowity w CM jest sumą pędów wszystkich cząstek $\vec{P}_{CM} = \sum m_i \vec{v}_{i,CM}$. Przekształcając ten wzór pokaż, że $\vec{P}_{CM} = \vec{P}_{LAB} - M\vec{v}_{CM}$.
ad b) Jesteś w układzie CM, więc podany wzór można zapisać $\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{r}_{i,CM}$. Różniczkuj obustronnie po czasie, otrzymana po lewej stronie $\vec{v}_{CM}$ jest równa ...? (poruszasz się wraz z układem), po prawej jest całkowity pęd w CM podzielony przez M.
ad c) Jeśli sił zewnętrznych brak to pęd każdej cząstki nie ulega zmianie. Jeśli cząstki odziaływują ze sobą to pędy zmieniają się ale bilans tych zmian jest zerowy ze względu ...

ad 8 i 9. Korzystaj z wyniku 7c.

ad 10. Stosuj obie zasady zachowania, ZZP i ZZE (pędu i energii)

ad 11. Rozpatruj ZZE oraz ZZP wektorowo, ale dla celów zadania wystarczy ZZP dla składowych prostopadłych do pierwotnego kierunku ruchu.

ad 12. W zderzeniu niesprężystym energia mechaniczna nie jest zachowana.